

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

*Liliana Chicaíza**

INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente las primas de seguro se han definido a través de metodologías actuariales, a pesar de los desarrollos de la matemática en el campo de los modelos estocásticos, que posibilitan la utilización de estos modelos como una base rigurosa para valorar situaciones de riesgo. Este documento muestra que la cobertura proporcionada por las operaciones de reaseguro de enfermedades de alto costo, en el sistema de salud colombiano, puede ser replicada a través de la adquisición de opciones. Además, señala, que las condiciones en las cuales se pacta un reaseguro de enfermedades de alto costo, cuando la alternativa elegida es la de cobertura de costos que superen algún límite (deducible), es asimilable a la compra de una opción *call* europea con un precio de ejercicio igual al deducible y un plazo igual al período de cobertura.

Se concluye que se puede aplicar la teoría de valoración de opciones a la valoración de primas de reaseguro y se utiliza el modelo de Black-Scholes para la valoración de primas de una firma de aseguramiento que opera en el sistema de salud colombiano. Se definieron todas y cada una de las variables necesarias y los resultados obtenidos se compararon con la prima que esta firma ha pagado realmente al reasegurador, para la cobertura del período comprendido entre octubre de 2001 y septiembre de 2002.

UN SISTEMA DE SALUD BASADO EN EL ASEGURAMIENTO

El sistema de salud colombiano se basa en el aseguramiento, en este sistema se simula un mercado competitivo mediante la fijación de un precio que es la unidad de pago por capitación (UPC) y la determinación de un producto que es el plan obligatorio de salud (POS). La regulación del sistema la hace el Estado y la prestación del servicio la hacen entidades públicas y privadas.

* Doctora en Economía y Gestión de la Salud, Universidad Politécnica de Valencia, España. Profesora de la Universidad Externado de Colombia, lhicaiza@uexternado.edu.co. Este artículo está basado en la tesis doctoral "El modelo de aseguramiento en salud de Colombia: estimación de primas de reaseguro utilizando la teoría de valoración de opciones".

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

La oferta de servicios está a cargo de las firmas de aseguramiento y las firmas prestadoras. Las firmas de aseguramiento (EPS¹ y ARS²) se encargan de la afiliación de la población, la administración de recursos financieros, la organización de la prestación de los servicios, el manejo de riesgos de los afiliados y el reaseguro de enfermedades catastróficas. Las firmas prestadoras son los hospitales, las clínicas y los médicos que prestan el servicio de salud propiamente dicho.

La demanda está compuesta por la población que tiene capacidad de pago y que se organiza a través del régimen contributivo; la población sin capacidad de pago pero seleccionada por el gobierno como beneficiaria del subsidio organizada a través del régimen subsidiado, y los vinculados que son personas que no se encuentran en ninguno de los dos regímenes pero que en caso de tener una urgencia pueden acudir a las firmas prestadoras para recibir atención.

La UPC es el valor que el sistema reconoce a las EPS y ARS por persona afiliada según edad, sexo y ubicación geográfica; esto quiere decir que aunque las EPS tengan un recaudo excesivo lo único con lo que cuentan es con el valor de la UPC para cubrir el plan obligatorio de salud de cada afiliado.

El POS es un plan de protección integral en salud que cubre maternidad y enfermedad general en las fases de promoción y fomento de la salud, prevención, diagnóstico y tratamiento de algunas actividades y procedimientos de I, II, III y IV nivel. Con el valor de la UPC por cada afiliado, las firmas de aseguramiento deben garantizar la prestación del POS, con esto se disminuye la incertidumbre financiera del afiliado asociada con la ocurrencia de eventos de enfermedad futuros e inciertos, para ello las firmas de aseguramiento utilizan instrumentos financieros y de agrupamiento de riesgo.

Es así como el riesgo de las firmas de aseguramiento (EPS y ARS) surge en la medida en que el costo medio por asegurado se dispara como consecuencia de la ocurrencia de enfermedades costosas. En Colombia, el mecanismo que se ha utilizado para protegerse frente al riesgo de tener afiliados con enfermedades costosas es el reaseguro. Las firmas de aseguramiento, en general, y las EPS, en particular, en Colombia están obligadas a reasegurar enfermedades catastróficas o de alto costo. En Colombia se encuentran definidas legalmente las coberturas en materia de

¹ Empresas promotoras de salud que se encargan de la población con capacidad de pago (régimen contributivo).

² Administradoras del régimen subsidiado encargadas de la población sin capacidad de pago (régimen subsidiado).

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

enfermedades catastróficas³, tanto para el régimen contributivo como subsidiado. Lo que legalmente se considera alto costo es lo que como mínimo y obligatoriamente debe estar reasegurado por parte de las firmas de aseguramiento. De esta manera, aparece la figura del reaseguro como un mecanismo que se adapta a las necesidades de estas firmas, en la medida en que distribuye el riesgo y permite eliminar parte de la pérdida individual ocasionada por la ocurrencia de eventos costosos y de baja frecuencia.

FUNCIONAMIENTO DEL REASEGURO

Se pueden establecer contratos de reaseguro para cubrir el exceso de costo ocasionado por la ocurrencia imprevista o no esperada de una patología específica o se pueden establecer contratos de reaseguro que cubran la ocurrencia de cualquier evento que sobrepase una suma específica por paciente. En Colombia, se pueden encontrar ambas maneras de reasegurar el alto costo.

Cuando el reaseguro se suscribe por el cubrimiento estricto de tratamientos específicos, se generan problemas ocasionados por la disparidad de criterios sobre lo que incluye un tratamiento y por la ambigüedad de sus alcances debido a la dificultad de determinar cuándo un evento específico ha superado una frecuencia esperada, ya que este exceso es el que debe reasegurarse. Adicionalmente, las definiciones legales de la categoría de alto costo en salud en Colombia incluyen patologías, síndromes, procedimientos, intervenciones, servicios, eventos y tratamientos, lo que genera dificultades entre prestadores y reaseguradores en la negociación y manejo de recobros del contrato de reaseguro.

Cuando el contrato de reaseguro se suscribe tomando como base el valor de la cuenta médica por paciente, independientemente del procedimiento realizado, se establece un tope a partir del cual paga el reasegurador independientemente del tratamiento o de la patología presentada. Desde el punto de vista financiero es más práctico establecer pólizas de reaseguro tomando como base el valor de la cuenta. Esta manera de abordar el reaseguro evita profundizar en cuestiones eminentemente médicas para permitir la concentración en aspectos financieros. Este documento se concentra en esta forma de abordar el reaseguro.

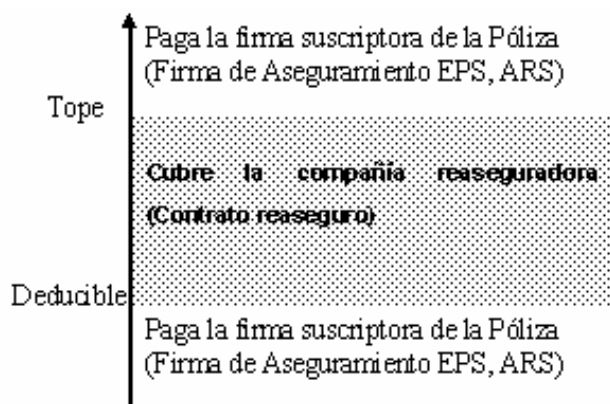
³ El Ministerio de Salud definió las enfermedades catastróficas o de alto costo como las que representan una alta complejidad en su manejo, baja ocurrencia y un bajo costo-efectividad y su tratamiento tiene bajo costo-efectividad en la modificación del diagnóstico y un alto costo. Resolución 5261 de 1994 y Acuerdo 72 de 1997.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

Los contratos de reaseguro tienen un deducible y en ocasiones un tope; el deducible es el valor hasta el cual paga el asegurado y a partir del cual el costo corre por cuenta del reasegurador, el tope es el valor a partir del cual el costo vuelve a correr por cuenta del asegurado y hasta donde se compromete el reasegurador a pagar una indemnización.

Gráfica 1
Funcionamiento de las primas de reaseguro



Fuente: elaboración propia

Las primas generalmente se suscriben por períodos de un año, después del cual se puede renovar el contrato y ajustar la prima con el reasegurador o negociar con otro.

LA UTILIZACIÓN DE PRODUCTOS DERIVADOS EN LA COBERTURA DE RIESGOS

En la literatura financiera se pueden encontrar numerosos trabajos que muestran cómo los instrumentos derivados, en general, y las opciones, en particular, se han utilizado para la cobertura de distintos tipos de riesgos. Es así como las opciones se han aplicado a la protección de riesgo en los mercados de electricidad, donde hay incertidumbre acerca de los precios *spot* y la demanda. Bessembinder y Lemmon (2002) desarrollaron un modelo de equilibrio que relaciona el precio *forward* con el precio *spot* en el futuro para diversos niveles de demanda esperada y de riesgo de demanda de electricidad. Los riesgos derivados de alteraciones en el precio del petróleo y de los demás insumos fueron estudiados por Zettl (2002), quien aplicó la teoría de valoración de opciones a la valoración de proyectos de exploración

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

y producción en la industria petrolera, usando el modelo binomial discreto combinado con simulaciones de Monte Carlo. Yanxiang Gu (2002) utilizó opciones para la protección frente al alza en los precios de la finca raíz; el tipo de opciones usadas en este mercado son las *call* americanas que permiten comprar el activo subyacente con un descuento proporcional al precio de mercado del activo; tal tipo de opción se ha aplicado a programas de finca raíz residencial en China. También propuso que este tipo de opciones se utilizara para contratos de compensación de los empleados en Estados Unidos.

Karpinski (1998) señala que a medida que las opciones se fueron utilizando para otros mercados (tales como electricidad o pinturas impresionistas), se fue pasando de futuros y opciones simples a opciones exóticas y más complejas pero, a medida que los retornos no han sido consistentes con los datos empíricos, se evidenció la dificultad de cuantificar el riesgo de los productos derivados; a este riesgo se añade la especulación de *traders* no supervisados que pueden crear desastres financieros. La principal alternativa frente a este problema ha sido intentar protegerse directamente contra ese riesgo.

Según Bhansali (1999), la introducción de los derivados de crédito y las opciones sobre *spreads* permiten protegerse contra el riesgo de crédito sin introducir ningún nuevo riesgo. Por otra parte, se han diseñado otros mecanismos como los *swaps* de varianza o los *swaps* de volatilidad (Demeterfi; Derman; Kamal y Zou, 1999) que se refieren a un nivel futuro de volatilidad. Aunque estos *swaps* son contratos *forward* o futuros sobre la volatilidad, pueden ser replicados teóricamente por un portafolio cubierto de opciones estándar debidamente seleccionadas. La anterior discusión se refiere principalmente a los riesgos enfrentados por compañías financieras, ya que los de las compañías no financieras han recibido menos atención (Petersen y Thiagarajan, 2000). En parte, ello ocurre porque habría que tomar en cuenta las particularidades de cada caso para conocer los riesgos involucrados. Cabedo (1998) propone una metodología para el estudio de empresas no financieras que utilizan productos derivados.

Rosario (2001) utiliza la valoración de opciones en la determinación de la prima relacionada con la parte variable de los depósitos de garantía que las entidades deben realizar al Fondo de Garantías y Depósitos. En esta línea, también se encuentra el trabajo de Das, Fong y Geng (2001), quienes estudiaron el impacto que tienen las correlaciones entre probabilidades de insolvencia sobre las carteras de crédito. Por su parte, Duffe y Zhou (2001), analizaron los efectos de la introducción de mercados de derivados de crédito en los bancos, concretamente el uso de *credit-default swap*,

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

encontrando que los bancos pueden usar estos instrumentos para reducir el riesgo de crédito, aunque la utilización de estos instrumentos no es deseable porque pueden perjudicar otros mercados que también se utilizan para diversificar el riesgo de crédito de las entidades bancarias.

El trabajo de Kildegaard y Williams (2000) señala que los bancos se protegen contra el riesgo de cambio trasladándolo a sus prestatarios, al concederles préstamos únicamente a quienes diversifican su cartera y, a su vez, se encuentran protegidos frente al riesgo. Las opciones se han utilizado también en transacciones que involucran a varios países, como en el caso de las opciones en divisas (Geczy, Minton y Schrand, 1997); aunque algunos autores arguyen que esto ha aumentado la inestabilidad financiera mundial, ya que a nivel internacional existe un rezago en la construcción de instituciones que regulen estas transacciones (McClintock, 1996), otros consideran que la ampliación del uso de las opciones no aumenta el riesgo sistémico porque las entidades involucradas introducen la infraestructura necesaria para corregir cualquier problema, a la vez que permiten manejar a un menor costo los riesgos de las acciones (Scholes, 1997). No obstante, las diversas crisis de finales de los noventa en Rusia, Asia y Latinoamérica (Vilariño Sanz, 2001) han servido para reducir un tanto la euforia optimista y contemplar con calma las ventajas de los mercados derivados.

El uso de opciones y otros derivados ha permitido reducir los costos involucrados en la cobertura de riesgos –por ejemplo, de los riesgos catastróficos, Harrington (1997)– aunque parece haber introducido nuevos riesgos. Niehaus (2002) señala que las pérdidas potenciales de las catástrofes han conducido a los investigadores financieros a enfrentar las siguientes preguntas: en qué medida está siendo compartido el riesgo de catástrofe y si la distribución de riesgo de catástrofe es consistente con las nociones de aseguramiento del riesgo óptimo, si no se están compartiendo de manera óptima, cuáles son las imperfecciones de mercado que están impidiendo la distribución eficiente del riesgo catastrófico y si existen políticas del gobierno o soluciones del mercado privado que pudieran llevar a una distribución más eficiente del riesgo catastrófico.

En 1992, el CBOT lanzó el primer instrumento de cobertura para la industria aseguradora: los contratos de futuros y de opciones sobre riesgos catastróficos. El subyacente de estos productos es un índice de siniestralidad de riesgos catastróficos, el índice utilizado se elabora a partir de los datos reportados por firmas aseguradoras norteamericanas sobre primas pagadas y valores asegurados; aunque es una alternativa de cubrimiento, la negociación de estos contratos ha sido baja (Pérez Fructuoso, 2001). Los datos disponibles, que existen para realizar estudios empíricos sobre los mercados

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

financieros, permiten numerosos estudios. Pouget (2001) realiza una revisión de estos estudios. En general, las investigaciones sobre la aplicación de los instrumentos derivados se continúan desarrollando permanentemente, de ahí que cada vez surjan nuevas e innovadoras aplicaciones que buscan reducir el riesgo de las firmas. Esta es la función básica que deben cumplir los instrumentos derivados, por lo que las investigaciones en esta línea resultan especialmente significativas.

OPCIONES Y SEGUROS

Las opciones y los seguros son instrumentos que pueden resultar adecuados para cubrirse frente al riesgo. Cuando un agente se busca proteger ante una variación en los precios se puede cubrir con opciones, cuyo beneficio se traduce en la posibilidad de elección: una opción se ejerce o no según el caso. Un agente que se protege ante una adversidad puede adquirir un seguro, cuyo beneficio es el cubrimiento cuando la situación que se busca evitar sucede efectivamente. En ambos casos, los agentes deben pagar una prima que es el valor que da derecho al cubrimiento del suceso. El suceso, para el caso de las opciones, es la variación desfavorable de precios para el agente; en el caso del seguro, el suceso se denomina siniestro, que es la situación que se busca cubrir. El siniestro en el caso del seguro puede ser la pérdida de ingresos ocasionada por accidentes, enfermedades, etc.; en tanto que para las opciones el suceso que se espera evitar es la pérdida monetaria relacionada con la variación en el precio de los subyacentes como acciones, divisas, índices bursátiles, tipos de interés, etc. Cuando sucede el siniestro el agente pide el cubrimiento a que tiene derecho por haber pagado la prima pactada durante el período de tiempo acordado; para el caso de las opciones, el agente realiza la operación de compraventa a que tiene derecho por haber pagado la prima pactada durante el período de tiempo acordado. En ambos casos, la no ocurrencia del suceso genera la pérdida del valor de la prima.

La realización de la operación de compraventa, en caso de que ocurra el suceso, genera un ingreso para el agente comprador de la opción, de la misma manera que el cubrimiento del seguro genera, cuando sucede el siniestro, un ingreso para el agente comprador del seguro. La estrategia de los agentes, en ambos casos, consiste en maximizar su beneficio que está dado por el valor esperado del ingreso a recibir menos la prima. La temporalidad de las operaciones, tanto con opciones como con seguros, se realiza en términos que se pueden considerar cortos, pues aunque el horizonte temporal de un seguro se puede establecer en años, siempre es posible retirarse unilateralmente del contrato en cualquier momento. La

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

compañía de seguros puede incrementar deliberadamente la prima o puede exigir al agente condiciones que no pueda objetivamente cumplir, y éste también puede decidir no pagar la prima de seguro y de esta manera retirarse o dar por terminado el contrato de seguro. De manera similar, los contratos de opciones se suscriben por períodos de tiempo que pueden ser cortos o largos, pero en cualquier caso el agente puede decidir ejercer o no ejercer la opción en cualquier momento (opciones americanas), y sólo al vencimiento cuando se trata de opciones europeas. En todo caso, los períodos para los que actualmente se negocian opciones en los mercados financieros raramente superan el año.

En el mercado de opciones se produce la transferencia de riesgos a través de la transferencia de contratos de un agente a otro, en el mercado de seguros el agente que lo adquiere está transfiriendo su riesgo de pérdida y la compañía de seguros, a su vez, transfiere su riesgo reasegurándose. El reasegurador también se puede reasegurar, convirtiéndose esto en una cadena de reaseguros en donde cada agente busca transferir su riesgo y maximizar sus posibilidades de beneficio. La existencia de transferencias en los mercados de opciones permite la realización de operaciones de arbitraje y especulación que le pueden generar al agente ganancias debido, principalmente, a la volatilidad de estos mercados. La transferencia de un contrato de seguros puede generar ganancias en la medida en que el que transfiere incurre básicamente en gastos de intermediación.

Esto deja ver cómo las opciones y los seguros son instrumentos adecuados para protegerse frente al riesgo. Las opciones se utilizan para protegerse frente a los riesgos derivados de variaciones en los precios, el seguro se utiliza para protegerse frente al riesgo derivado de las pérdidas monetarias ocasionadas por la ocurrencia de un siniestro. Estos puntos de coincidencia entre los contratos de opción y los contratos de seguro muestran, desde una perspectiva netamente de cobertura, que la prima que se paga por la compra de una opción y la prima que se paga por un contrato de seguro debe ser equivalente, siempre y cuando coincidan el riesgo y la cuantía asegurada, así como los plazos. De esta manera se pone de manifiesto que una opción es un seguro y, de ello, se puede concluir que la prima pagada por una opción debe ser equivalente a la prima pagada por un reaseguro.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE VALORACIÓN DE OPCIONES AL REASEGURO DE ENFERMEDADES DE ALTO COSTO EN COLOMBIA

Las firmas de aseguramiento (en este caso EPS) tienen un costo medio por afiliado, cuando aparecen enfermedades de alto costo, éste se dispara. Para no tener que soportar este costo, la EPS compra un seguro. La EPS y el reasegurador acuerdan que en el caso de que el tratamiento aplicado a un paciente individual supere la cifra establecida como umbral, el reasegurador se hará cargo del exceso que dicho costo suponga sobre la mencionada cifra. De este modo, la EPS se asegura un costo máximo a pagar por cada uno de sus pacientes, a este costo máximo se le denomina deducible.

Por otro lado, algunos reaseguradores, ante la posibilidad de tener que hacer frente a grandes desembolsos, han pactado con las EPS un importe máximo de cubrimiento. El reasegurador sólo tendría que hacer frente a aquella parte del costo generado que se encuentre entre el deducible y el tope máximo.

Esta situación se puede asimilar a la compra de una opción *call*. Esta opción garantiza a su tenedor un precio máximo de compra. En este caso, el tenedor o comprador de la *call* sería la EPS y el precio máximo de compra garantizado sería el costo al que como máximo debería hacer frente dicha empresa, como consecuencia de las atenciones prestadas a cada uno de sus asegurados (deducible). De esta manera, el funcionamiento del reaseguro en Colombia es equivalente a la compra de una opción *call*.

El reaseguro se hace por persona y esto implica que el costo generado por paciente se acumule durante el período en que se contrata el reaseguro: un año. A medida que se acumulan los costos generados por cada paciente, se empieza a observar cuándo se van superando los deducibles para efectuar el recobro al reasegurador en el momento del vencimiento del contrato. De este modo, la *call* a la que se puede asimilar esta operación de reaseguro es una *call* de tipo europeo, es decir, la EPS –comprador de la *call*– adquiriría la opción al inicio del período de reaseguro pagando una prima al vendedor de la opción –que sería el reasegurador–, esta prima de la opción debería ser de una cuantía idéntica a la prima del reaseguro en condiciones de equilibrio. El vencimiento de la opción coincidiría con el final del período de aseguramiento, momento en el cual se conocería el valor del subyacente y sería factible el ejercicio de la opción. Esta equivalencia hace posible la aplicación de los métodos de valoración de opciones a la valoración de la prima de seguros de la EPS escogida.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

Los modelos de valoración de opciones tienen tanto parámetros de fácil obtención como parámetros difícilmente observables a partir de la información disponible. En este trabajo se utilizó el modelo de Black-Scholes para la valoración de primas de reaseguro de enfermedades de alto costo de una EPS que opera en el sistema de salud de Colombia. En el modelo de Black-Scholes, la volatilidad σ es un parámetro de difícil obtención sobre el cual gira gran cantidad de investigaciones, debido a su notable influencia en el valor de la opción. Es así como en la literatura financiera se encuentran numerosos estudios sobre la volatilidad implícita (Brooks y Oozer, 2002; Chance, 1996; Balland, 2002; entre otros), sobre la volatilidad histórica (Schmalensee y Trippi, 1978; Mayhew, 1995; Beckers, 1981; entre otros) y sobre la varianza estocástica (Corrado y Su, 1996; Fouque y Tullie, 2002; Rossi, 2002; entre otros).

Además de los anteriores, también se encuentran estudios sobre las aplicaciones del método de valoración de opciones de Black-Scholes (Shepp, 2002; Sheikh, 1991; Heynen, 1994; entre otros), las restricciones del modelo (MacBeth y Merville, 1979; Galai, 1983; Long y Officer, 1997; entre otros) y sus extensiones y métodos alternativos (Fischback, 1996; Rogers, 2002; Lam, Chang y Lee, 2002; entre otros).

Es así como la investigación sobre valoración de opciones es profusa y continúa ampliándose de manera dinámica. Ello ha dejado ver las limitaciones del modelo estándar de valoración de opciones de Black-Scholes; sin embargo, no existe todavía una alternativa completa que mejore sistemáticamente el desempeño del modelo, por lo que en la práctica Black-Scholes es el modelo que se utiliza directamente o bien se toma como base del modelo a utilizar.

ADAPTACIÓN DEL MODELO

Las variables necesarias para la aplicación del modelo de Black-Scholes (1973), son S , precio del activo subyacente en el momento de la valoración de la opción; E , el precio de ejercicio; r , la tasa de interés en tiempo continuo; t , plazo de ejercicio en años; σ , la volatilidad de la variación del precio del subyacente en términos anuales.

La obtención de un valor adecuado para la prima de la opción depende de la correcta definición de las anteriores variables. El valor de algunas de ellas resulta evidente, como es el caso del precio de ejercicio que es igual al deducible pactado con el reasegurador; este deducible marca el precio máximo que la EPS tendrá que pagar por la atención de un paciente. También el plazo hasta el vencimiento resulta evidente; este plazo es de un

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

año, ya que el reaseguro se suscribe al inicio de un período anual y el derecho a la indemnización se puede ejercer, en su caso, sólo al final de dicho período. El tipo de interés a aplicar tampoco ofrece ninguna dificultad, pues es el vigente en el momento de la valoración de la opción para el plazo requerido. El precio del activo subyacente es la variable más compleja y ésta se debe definir individualmente para cada uno de los afiliados a la EPS, ya que el reaseguro y, por tanto, la adquisición de opciones de compra se realizan de forma individual.

De este modo, el valor del activo subyacente para cada uno de los afiliados será igual al costo que dicho afiliado lleve acumulado en el momento de la valoración de la prima; este acumulado corresponde al período anual inmediatamente anterior a dicha fecha y será el valor del subyacente a considerar. Para cada afiliado, la EPS comprará una opción europea con vencimiento a un año con precio de ejercicio E, que le cubrirá frente a la contingencia de que este afiliado genere a lo largo del próximo año unos costos superiores al deducible (o precio de ejercicio de la opción). Esta opción tal y como se ha puesto de manifiesto se debe adquirir para todos y cada uno de los afiliados de la EPS, siendo el valor de la prima que se debe pagar al reasegurador igual a la suma de las primas a pagar por cada uno de los afiliados.

Una vez conocidos los valores de las anteriores variables, el cálculo de la prima se realiza de forma inmediata utilizando la ecuación del modelo de Black-Scholes que viene dada por las expresiones:

$$C = S \times N(d_1) - E \times e^{-rt} \times N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2 \times t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + (r - \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}} = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

En donde el activo subyacente utilizado no genera ningún tipo de rendimiento.

Adicionalmente, para la aplicación del modelo se siguieron las siguientes hipótesis:

1. El subyacente sigue un proceso continuo estocástico de Gauss-Wiener.
2. La volatilidad es la misma para todas las cuentas de los afiliados.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

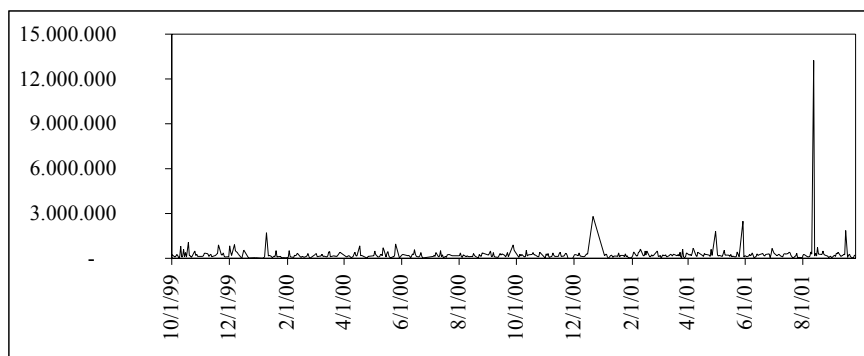
3. Se asume que los valores promedio y la distribución de acumulados de las cuentas es constante entre dos períodos consecutivos.

4. La cobertura se logra comprando una *call* para todos y cada uno de los afiliados de la EPS, despreciándose aquellos para los que el importe de la prima a pagar por la cobertura anual resulte inferior a un peso.

Para la valoración de estas primas la variable fundamental es la volatilidad del rendimiento del subyacente, expresada en términos anuales. En tanto la volatilidad como tal no es una variable directamente observable, se debe realizar algún tipo de hipótesis que permita inferir, a partir de la información disponible en el momento de realizar la valoración de la opción, un valor para dicha volatilidad. Teniendo en cuenta que el subyacente es el acumulado anual del costo por paciente, se calculó la volatilidad para dicho subyacente. Los datos para este estudio se tomaron a partir de enero de 1999⁴ y se determinó, para cada uno de los días comprendidos entre octubre de 1999 y septiembre de 2001, el importe promedio de cuentas médicas radicadas diariamente en la EPS.

Gráfica 2

Valor promedio de cuentas medicas radicadas diariamente
octubre de 1999-septiembre 2001



Fuente: elaboración propia

Se observa que la mayoría de las cuentas tiene un valor promedio inferior a 1.000.000 y el máximo valor promedio se obtuvo en septiembre de 2001, con un valor superior a 13.000.000. Para el primer día del año 2000, se calculó el importe acumulado de los promedios de cuentas médicas radicadas durante los 12 meses anteriores. Esta operación se ha repetido para todos y cada uno de los días del período octubre de 2000 a septiembre 2001,

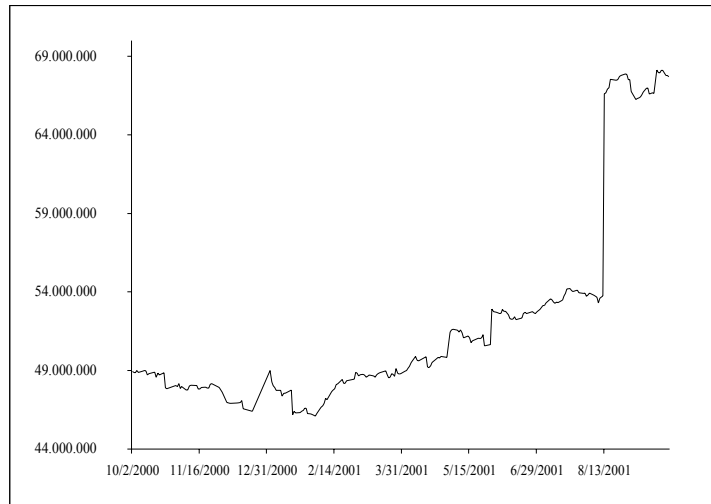
⁴ Los registros anteriores a este año no se consideran confiables.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

obteniéndose una serie diaria de los datos acumulados de cuentas radicadas durante el período anual.

Gráfica 3
Evolución de los acumulados de cuentas
Octubre de 2000–septiembre de 2001



Fuente: elaboración propia

En la gráfica 3, se observa que para el mes de septiembre de 2001 se produce un incremento en el valor de cuentas que obedece a aspectos de tipo administrativo⁵.

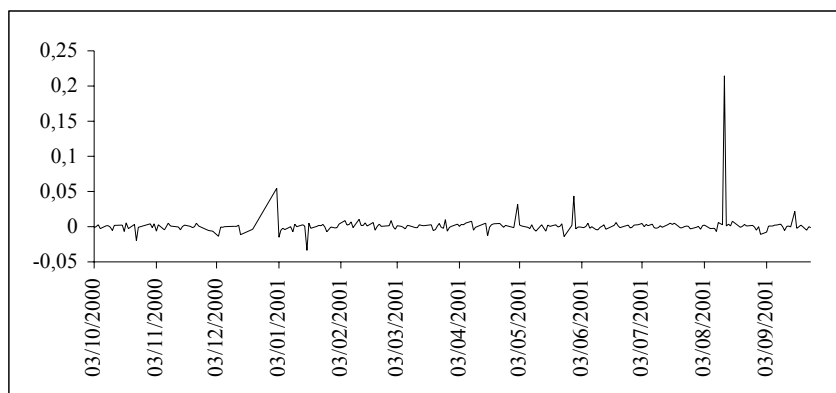
Luego se calculó la variación diaria de los valores acumulados en términos relativos, para este fin se utilizó la aproximación logarítmica.

⁵ Como el mayor número de analistas liquidando cuentas represadas para el final de la vigencia del reaseguro o acuerdos para recibir y liquidar las cuentas pendientes de años anteriores.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

Gráfica 4
Variación diaria del valor acumulado de cuentas
(octubre de 2000-septiembre de 2001)



Fuente: elaboración propia

Para la valoración de la opción, la volatilidad relevante es precisamente la correspondiente a esa variación diaria en términos relativos. Como ésta no es una variable directamente observable existen diversos métodos para realizar aproximaciones de la misma. Lo primero a descartar es la utilización de modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva (ARCH). Para ello se calcularon las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de la variable objeto de estudio. En estas funciones no se pueden identificar comportamientos autorregresivos o de medias móviles para la variación diaria del acumulado de cuentas médicas, como lo confirman los resultados del *test* de Ljung-Box.

Cuadro 1
Resultados del *test* de Ljung-Box

Ljung-Box Q-Statistics		
Q(12) =	1,5152	Nivel de significancia 0,99986218
Q(24) =	2,8926	Nivel de significancia 0,99999995
Q(36) =	4,7100	Nivel de significancia 1,00000000

Fuente: elaboración propia

Los resultados obtenidos no permiten rechazar la hipótesis nula de que no existe autocorrelación estadísticamente significativa en la variable. Una vez descartada esta autocorrelación se ha procedido a estudiar la autocorreclación cuando los valores de la variable son tomados al cuadrado,

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES
Liliana Chicaiza

para este fin se utiliza el *test* de multiplicadores de Lagrange propuesto por Engle y cuyos resultados no permiten rechazar la hipótesis nula contrastada.

Cuadro 2
Autocorrelación con variables al cuadrado

Ljung-Box Q-Statistics			
Q(12)	=	0,1054	Nivel de significancia 1,00000000
Q(24)	=	0,2254	Nivel de significancia 1,00000000
Q(36)	=	0,3301	Nivel de significancia 1,00000000
Chi-Cuadrado	=	0,0124	Nivel de significancia 0,99382316

Fuente: elaboración propia

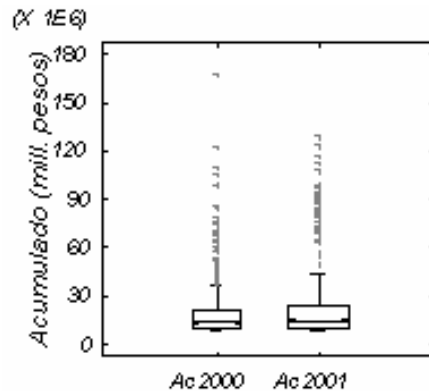
Por lo tanto, se puede afirmar que un modelo de heteroscedasticidad autoregresiva no sería factible para la variable que nos ocupa. Otra posibilidad para estimar los valores futuros de la volatilidad se realiza a partir de la utilización de la volatilidad histórica medida por la desviación típica de los datos históricos. Entonces se estimó la desviación típica de la variación diaria de los acumulados de cuentas médicas obteniéndose un valor de 0,0155. Como el dato relevante es el valor de dicha desviación en términos anuales, este valor se ha multiplicado por la raíz cuadrada del número de días en los cuales se han radicado cuentas, durante el período comprendido entre octubre 2000-2001, el resultado obtenido es 0,239 y es el utilizado como estimación de la volatilidad para la valoración de las opciones.

Al asumir que la distribución de acumulados no varía entre dos períodos consecutivos, se está asumiendo que los costos acumulados de los nuevos afiliados a la EPS se van a distribuir de forma similar a como lo hacen los afiliados en el momento de contratar la póliza. Para contrastar esta hipótesis, se compararon las distribuciones de costos acumulados del período 2000 y del 2001. Para esto, se observó el comportamiento de los valores promedio y se verificó que su comportamiento es similar, para lo cual se utilizó el gráfico de cajas.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

Gráfica 5
Promedios acumulados 2000-2001



Fuente: elaboración propia

Esta gráfica muestra un elevado grado de coincidencia entre las cajas de ambos períodos, por lo que a priori se puede afirmar que no existen diferencias significativas entre los promedios de dichos períodos. Para contrastar esto se utilizó el *test* de Kolmogorov-Smirnov. Aquí la hipótesis nula es de igualdad entre las funciones de distribución y la hipótesis alterna dice que la función de distribución de acumulados del primer período (octubre 1999-septiembre 2000), se comporta de manera diferente a la función de distribución de acumulados del segundo período (octubre 2000-septiembre 2001).

$$H_0: F(x) = G(x) \quad H_1: F(x) \neq G(x)$$

El estadístico a calcular para este *test* es $(D+m,n)^2$, donde $D+m,n$ viene dado por el supremo de la diferencia entre ambas distribuciones:

$$D+m,n = \sup (F(x) - G(x))$$

siendo m y n los tamaños muestrales.

El valor del estadístico de Kolmogorov-Smirnov asciende a 0,064 mientras que el valor crítico para un nivel de confiabilidad estadística del 99% asciende a 0,068. El estadístico de este *test* es menor que el valor crítico, lo que permite concluir que con un nivel de confianza del 99% no se puede rechazar la hipótesis nula y, por lo tanto, se acepta que la distribución estadística de ambas es similar.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

Una vez determinada la volatilidad, se calculó la prima para cada afiliado de forma individual. Los datos obtenidos fueron generados a partir de las cuentas médicas facturadas diariamente por orden de llegada a la EPS, desagregadas por afiliado y costo. Luego se agruparon los datos en el período comprendido entre octubre 2001 a septiembre 2002, que fueron los períodos para los cuales la EPS suscribió la póliza de reaseguro, y se estimó la prima para este período utilizando la metodología de valoración de opciones con el fin de compararla con la prima pagada por la EPS en este período.

Las cuentas fueron agrupadas por cédula del afiliado eliminándose los datos inferiores a \$8.000.000. Entre octubre de 1999 y septiembre del 2000 se trabajó con 103.061 afiliados. Entre octubre de 2000 y septiembre del 2001 se trabajó con 118.364 afiliados. La agrupación muestra que la mayor cantidad de cuentas están en el rango de 8 a 10 millones, y que el número de cuentas superiores a 8 millones creció considerablemente de un año a otro.

Este crecimiento fue del 72%, que no se corresponde con el incremento de afiliados que pasó de 559.983 a 620.123 lo que equivale apenas a un incremento del 11% en afiliados. Esto también se atribuye a aspectos de tipo administrativo⁶. Adicionalmente, se observaron los datos de tipos de interés.

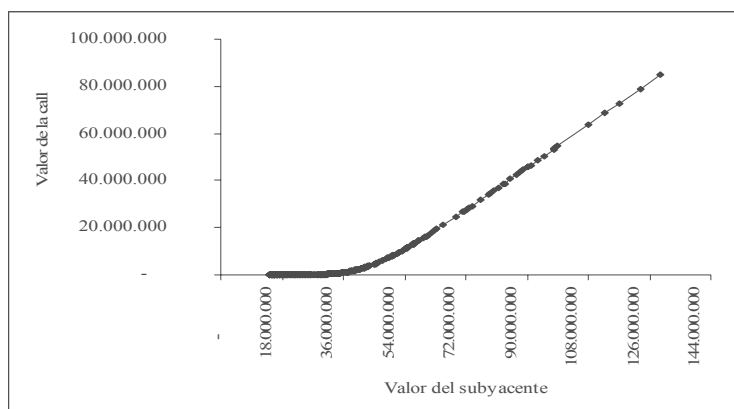
Luego se ordenaron en forma descendente el acumulado de cuentas por afiliado; este importe se toma como valor del subyacente para valorar la prima de la opción. Una vez se tienen estos valores, el cálculo de la prima, que –para cada asegurado– cubriría a la EPS frente a la contingencia de tener que realizar un desembolso superior a los \$50 millones de pesos, se hace de forma inmediata aplicando la ecuación general del modelo de Black-Scholes. Es importante anotar que el activo subyacente utilizado no genera ningún tipo de rendimiento.

⁶ Las cuentas pueden corresponder a atenciones realizadas en años anteriores a los períodos estudiados pero que fueron radicadas posteriormente ya que la Ley en Colombia permite esto.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

Gráfica 6
Evolución de la prima



En otras palabras, la EPS con esta prima tendría derecho a comprar o adquirir el subyacente al vencimiento a un precio de \$50 millones, si la cuenta acumulada del afiliado alcanza o supera este valor a dicha fecha la EPS sólo tendría que hacer frente a los \$50 millones, mientras que el diferencial correría a cargo del vendedor de la opción que en este caso es el reasegurador.

La suma de todas las primas a pagar para cada uno de los afiliados, con una cuenta acumulada superior al importe de \$14.204.442, asciende a \$2.078.754.970 pesos. El número de afiliados a la fecha de valoración de las opciones era de 620.193, por lo que la prima por afiliado a pagar ascendería aproximadamente a \$3.351,79 por la cobertura correspondiente a todo un año. Sin embargo, el pago de esta prima no se realiza a través de un pago único al inicio de un período de cobertura sino que se difiere en doce meses; más exactamente, al inicio de cada mes se realiza un desembolso. Es así como se hace necesario transformar la anterior cuota individual en una renta constante anticipada a doce meses, con un tipo de interés igual a 0,01025 (12,3%/12, asumiendo que el tipo de interés anual está expresado en términos nominales) cuyo valor actual es de \$3.351.79. El resultado indica que la EPS deberá pagar una prima mensual por cada afiliado igual a \$295,25. Actualmente, la EPS de la cual se han obtenido los datos tiene un acuerdo firmado con el reasegurador, en virtud del cual la prima mensual a pagar se deberá situar en el rango comprendido entre \$202 y \$417 pesos por afiliado.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

Cuadro 3

Primas de reaseguro y coberturas contratadas por la EPS escogida

Período	Deducible	Tope	Cobertura	Prima por Afiliado Mensual
oct/1999-sep/00	\$8.000.000	\$50.000.000	Patologías de alto costo	\$940-\$1.453
oct/00-sep/01	\$50.000.000	\$450.000.000	Cualquier tipo de patología	\$243-\$739
oct/01-sep/02	\$50.000.000	\$450.000.000	Cualquier tipo de patología	\$202-\$417

Fuente: elaboración propia a partir de datos de EPS escogida

El valor calculado, utilizando la teoría de valoración de opciones, se encuentra dentro del rango negociado con el reasegurador. No obstante, el valor calculado tiene una ventaja frente a la prima que actualmente utiliza la EPS: un valor único que permite conocer de forma anticipada cuál va a ser el costo total de la cobertura frente a la incertidumbre que provoca el hecho de que el costo de esta cobertura se pueda situar en un rango tan amplio como el mencionado.

Ahora bien, el anterior cálculo no ha tenido en cuenta la existencia de un tope de 450 millones, a partir del cual la EPS continúa pagando el exceso. Esta variable es fácil de introducir en el modelo, basta con diseñar un sintético que replique la situación expuesta; esto implicaría que al mismo tiempo en que se compra al reasegurador una opción *call* con las características descritas (precio de ejercicio 50 millones, duración un año, etc.), se efectúa la venta de una *call* al reasegurador, de las mismas características pero con precio de ejercicio de 450 millones. En efecto, si el precio del subyacente se sitúa por debajo de los 50 millones, el comprador de la *call* (la EPS) no ejercerá su opción y pagará el total acumulado en la cuenta; el comprador (el reasegurador) de la *call* con precio de ejercicio 450 millones no ejercerá tampoco su opción.

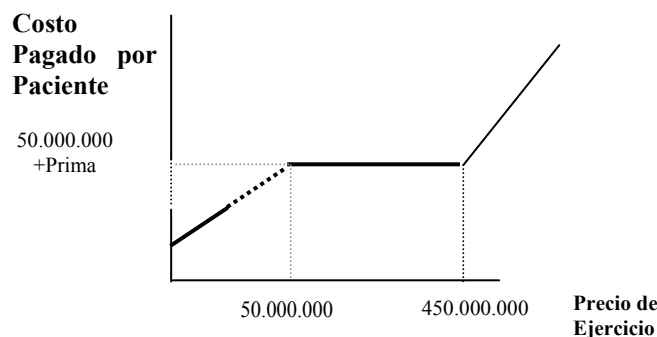
Por otro lado, si el precio del subyacente se sitúa entre 50 y 450 millones de pesos, el reasegurador seguirá sin ejercer la *call* que ha comprado pero la EPS ejercerá sus derechos y pagará como máximo 50 millones de pesos. Finalmente, si el precio del subyacente se sitúa por encima de los 450 millones de pesos, ambas partes ejercerán sus respectivos derechos; de este modo el reasegurador, como vendedor de una *call* con precio de ejercicio 50, deberá liquidar a la EPS la diferencia entre el precio del subyacente (S) y el precio de ejercicio pactado.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

El reasegurador paga a la EPS S-50; por su parte, la EPS deberá pagar al reasegurador la diferencia entre el precio del subyacente y el de ejercicio pactado (450 millones). La EPS paga al reasegurador S-450, es decir en términos netos, la EPS recibe del reasegurador la siguiente cantidad $(S-50) - (S-450) = 400$. En definitiva, la EPS está pagando por la cuenta, el deducible (50 millones) más el exceso respecto al tope (450 millones). La situación descrita queda reflejada en la gráfica 7.

Gráfica 7
Cobertura con deducible y tope utilizando opciones



Fuente: elaboración propia

La venta de la *call* supone para la EPS un ingreso o, en otras palabras, un menor gasto o una menor prima a pagar al reasegurador por la cobertura proporcionada.

Al igual que en el caso de la adquisición de las *call* compradas por la EPS, se ha calculado el importe de las primas de las *call* vendidas por dicha empresa. Los datos utilizados han sido los mismos, a excepción del precio de ejercicio que en este caso se ha situado en 450 millones de pesos; dado que el tope se ha establecido en niveles tan distantes de lo que suele ser habitual en el acumulado anual de las cuentas, prácticamente la totalidad de las primas calculadas resultan ser inferiores a un peso. Tan sólo para valores del subyacente por encima de 115 millones dichas primas son superiores a un peso, si bien hay que señalar que su importe es insignificante. Por lo tanto, la existencia de este tope no tiene ningún impacto significativo sobre la valoración de las primas pagadas.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

CONCLUSIONES

Con lo anterior se demuestra que el modelo de Black-Scholes, utilizado para valorar opciones, puede ser también utilizado para valorar primas de reaseguro para eventos catastróficos en salud; y que la prima estimada a partir de este modelo no dista de las primas establecidas por medio del método actuarial, sino por el contrario ofrece una buena aproximación a un precio razonable que debería ser pagado por las EPS para protegerse frente al riesgo.

El modelo propuesto constituye un método para calcular el valor de primas de reaseguro, la aplicación del método propuesto es extensible a cualquier firma de aseguramiento que opere en el sistema de salud colombiano. De este modo, las hipótesis asumidas en la aplicación empírica del modelo pueden ser perfectamente sustituidas por otras más afines a la problemática de otras empresas, la cual puede ser distinta a la que presenta la EPS de la cual se han tomado los datos. Así, por ejemplo, la hipótesis realizada sobre la volatilidad del activo subyacente, que se ha asumido es única para todos los afiliados, puede ser fácilmente sustituida por otras hipótesis alternativas.

En todo caso, cualquier adaptación que se pueda realizar del modelo planteado requerirá disponer de abundante información. La falta de información es quizá, en estos momentos, la principal limitación con la que se puede encontrar la aplicación del modelo en otras empresas.

En conclusión, dado que las opciones proporcionan un esquema de cobertura similar al de los seguros, ya que son instrumentos financieros que permiten la cobertura de unos determinados riesgos mediante el pago de una prima, resulta razonable plantear la utilización de la teoría de valoración de opciones para valorar primas de seguro, en general, y las primas a pagar por el reaseguro de enfermedades de alto costo, en particular. El método de cálculo de la prima utilizado proporciona un valor que presenta la ventaja de ser un valor único que permite conocer de forma anticipada cual va a ser el costo total de la cobertura del período. En la situación comparada dicho costo no se conoce por anticipado ya que depende del valor de la prima que, dentro del rango pactado, aplique el reasegurador en cada uno de los meses.

El modelo se puede adaptar a la problemática de otras empresas de aseguramiento y, por lo tanto, se constituye en un método alternativo cuya aplicación resulta factible para la estimación de un valor razonable de las primas de seguro.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Balland, P. 2002. "Deterministic implied volatility models", *Quantitative Finance* 2, 1, pp. 31-45.
- Beckers, S. 1981. "Standard Deviations Implied in Option Prices as Predictors of Future Stock Price Variability", *Journal of Banking and Finance* 5, 3, pp. 363-382, septiembre.
- Bhansali, J. D. 1999. "Credit Derivatives: An Analysis of Spread Options", *Derivatives Quarterly* 5, 4, verano.
- Black, F. y M. Scholes 1973. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy* 81, pp. 637-659, mayo-junio.
- Bessembinder, H. y M. L. Lemmon. 2002. "Equilibrium Pricing and Optimal Hedging in Electricity Forward Markets", *The Journal of Finance* 57, 3, pp. 1347-1383, junio.
- Brooks, C. y M. C. Oozeer. 2002. "Modelling the Implied Volatility of Options on Long Gilt futures", *Journal of Business Finance and Accounting* 29, 1, pp. 111-137, enero-marzo.
- Cabedo, J. D. 1998. "Utilización de productos derivados por empresas no financieras: propuesta de una metodología para su estudio", *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa* 7, 2, pp. 35-50.
- Chance, D. 1996. "A generalized simple formula to compute the implied volatility", *The Financial Review* 31, 4, pp.859-868, noviembre.
- Corrado, C. y T. SU. 1996. "Skewness and Kurtosis in S&P 500 index returns implied by option prices", *Journal of Financial Research* 9, 2, pp. 175 -193, verano.
- Das, S.; G. Fong y G. Geng. 2001. "Impact of Correlated Default Risk on Credit Portfolios", *The Journal of Fixed Income* 11, 3, pp. 9-19, diciembre.
- Demeterfi, K.; E. Derman; M. Kamal y J. Zou. 1999. "A Guide to Volatility and Variance Swaps", *Journal of Derivatives* 6, 4, verano.
- Duffee, G. y C. Zhou. 2001. "Credit Derivatives in Banking: Useful Tools for Managing Risk?", *Journal of Monetary Economics* 48, 1, pp. 25-54.
- Fishback, D. 1996. "The odds of success", *Futures* 25, 5, pp. 32-34, abril.
- Fouque, J. P. y T. A. Tullie. 2002. "Variance Reduction for the Monte Carlo Simulation in a Stochastic Volatility Environment", *Quantitative Finance* 2, 1.
- Galai, D. 1983. "A Survey of Empirical Tests of Option-Pricing of Security Price Volatilities form Historical Data", *The Journal of Business* 53, 1, pp.67-78, enero.
- Geczy, C.; B. A Minton; C. Schrand. 1997. "Why Firms Use Currency Derivatives", *Journal of Finance* 52, 4, septiembre.
- Harrington, Scott E. 1997. "Insurance Derivatives, Tax Policy, and the Future of the Insurance Industry", *Journal of Risk and Insurance* 64, 4, pp. 719-726, diciembre.
- Haynen, R. 1994. "An Empirical Investigation of Observed Smile Patterns", Working paper, Tinbergen Institute, Erasmus University, Rotterdam.
- Karpinsky, A. 1998. "The Risky Business of Risk Management Derivatives Disasters Revisited", *Australian Banker* 112, 2, pp. 60-63, abril.
- Kildegaard, A. y P. Williams. 2000. "Banks, Systematic Risk, and Industrial Concentration: Theory and Evidence", *Journal of Economic Behavior and Organization* 47, 4, pp. 345-358, abril.
- Lam, K.; E. Chang y M. C. Lee. 2002. "An Empirical Test of the Variance Gamma Option Pricing Model", *Pacific-Basin Finance Journal* 10, 3, pp. 267-286, junio.

VALORACIÓN DE PRIMAS DE REASEGURO PARA ENFERMEDADES
CATASTRÓFICAS UTILIZANDO EL MODELO DE BLACK-SCHOLES

Liliana Chicaiza

- Long, M. y Dennis Officer. 1997. "The Relation Between Option Mispricing and Volume in the Black-Scholes Option Model", *The Journal of Financial Research* 20, 1, primavera, pp. 1-12.
- Macbeth, J. y L. Merville. 1979. "An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model", *The Journal of Finance* 34, 5, pp.73-86, diciembre.
- Mayhew, S. 1995. "Implied Volatility", *Financial Analysts Journal* 51, 4, pp. 8-20, julio-agosto.
- McClintock, B. 1996. "International Financial Instability and the Financial Derivatives Market", *Journal of Economic Issues* 30, 1, pp. 13-34, marzo.
- Ministerio de Salud. 1997. "Acuerdo Número 72", Consejo Nacional de Seguridad Social en Salud, Santafé de Bogotá, República de Colombia.
- Ministerio de Salud. 1994. "Resolución 5261 de 1994", Santafé de Bogotá, República de Colombia.
- Niehaus, G. 2002. "The Allocation of Catastrophe Risk", *Journal of Banking and Finance* 26, 2, pp. 585-597, marzo.
- Pérez Fructuoso, M. J. 2001. "Una nueva generación de activos derivados: Opciones catastróficas del Bermuda Commodities Exchange (BCOE)", *Actualidad Financiera* 6, 4, pp. 69-74.
- Petersen, M. A. y S. R. Thiagarajan. 2000. "Risk Measurement and Hedging: With and Without Derivatives", *Financial Management* 29, 4, invierno.
- Pouget, S. 2001. "Finance de marché expérimentale: une revue de littérature", *Finance, Revue de l'Association Française de Finance* 22, 1, pp. 37-63, junio.
- Rogers, L. C. G. 2002. "Monte Carlo Valuation of American Options", *Mathematical Finance* 12, 3, pp. 271-287, julio.
- Rosario Díaz, J. F. 2001. "Aplicación de la valoración de opciones a la determinación de la prima variable de la garantía de depósitos", *Análisis Financiero* 81, pp. 64-71.
- Rossi, A. 2002. "The Britten-Jones and Neuberger Smile-Consistent with Stochastic Volatility Option Pricing Model: A Further Analysis", *International Journal of Theoretical and Applied Finance* 5, 1, pp. 1-32, febrero.
- Rossi, E. y C. Zucca. 2002. "Hedging Interest Rate Risk with Multivariate GARCH", *Applied Financial Economics* 12, 4, pp. 241-251, abril.
- Shepp, L. 2002. "A Model for Stock Price Fluctuations Based on Information", *IEEE Transactions on Information Theory* 48, 6, junio.
- Schmalensee, R. y R. Trippi. 1978. "Common Stock Volatility Expectations Implied By Option Premia", *The Journal of Finance* 33, 1, pp. 129-147, marzo.
- Scholes, M. S. 1997. "Global Financial Markets, Derivative Securities, and Systemic Risks", *Insurance: Mathematics and Economics* 19, 3, mayo.
- Sheikh, A. 1989. "Transaction Data Tests of S&P 100 call Option Pricing", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 26, 4, pp. 727-752, diciembre.
- Vilaríño Saenz, A. 2001. *Turbulencias financieras y riesgo de mercado*, Tearson, Madrid.
- Yanxiang Gu, A. 2002. "Valuing the Option to Purchase an Asset at a Proportional Discount", *Journal of Financial Research* 25, 1, pp. 99-110, verano.
- Zettl, M. 2002. "Valuing Exploration and Production Projects by Means of Option Pricing Theory", *International Journal of Production Economics* 78, 1, pp. 100-108, julio.