

EQUIVALENCIA RICARDIANA:
UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA
COLOMBIANA 1985-2010

Juan Pablo Roa
Documentos de Trabajo n.º 48
2014

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Juan Pablo Roa B. ¹

RESUMEN

Este trabajo de grado es una aproximación empírica para evaluar la hipótesis de equivalencia ricardiana para el caso colombiano. Se propone un modelo reducido de la función consumo y se contrastan los efectos de variaciones en el gasto público y déficits sobre dicha variable. Al calibrar dicho modelo se encuentra un desplazamiento del gasto público sobre el gasto privado, lo cual invalida la hipótesis de equivalencia ricardiana en la economía colombiana

INTRODUCCIÓN

La hipótesis de la equivalencia ricardiana sostiene que el impacto de la actividad del gobierno sobre la demanda agregada depende exclusivamente del monto del gasto público y no de la manera como es financiado, es decir, un aumento o disminución del déficit fiscal no tiene un impacto sobre las tasas de interés reales ni sobre el crecimiento de la economía. Esto se debe a que los agentes económicos anticipan de antemano que una política fiscal expansiva desemboca en un mayor acervo de deuda pública y dichas obligaciones requerirán incrementos impositivos para cubrir el pago del principal y los intereses de los bonos del gobierno.

La palabra *equivalencia* se refiere a que es equivalente mantener un presupuesto equilibrado (recaudar impuestos) o tener un déficit financiado con deuda, al sustituir la deuda por tributos.

En presencia de equivalencia ricardiana, los consumidores reaccionan a la disminución de impuestos o a cualquier transferencia de ingresos por parte del gobierno aumentando sus ahorros; de esta manera, la deuda no incide en el consumo privado. El incremento de ahorros se refleja en la compra de bonos de deuda pública, lo que les permite a los consumidores capitalizar recursos para cancelar el aumento futuro de los impuestos (Barro, 1974).

¹ Economista y Magíster en Economía de la Universidad Externado de Colombia. Correo electrónico [ironbird0132@hotmail.com].

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

En efecto, si los agentes incrementan su ahorro en la misma proporción que el aumento del déficit del gobierno, el ahorro nacional no se altera, por tanto las tasas de interés permanecen constantes. Por el contrario, si los consumidores ven la deuda del gobierno como riqueza, en el caso que el gobierno sustituya la deuda por una disminución de impuestos, el consumo privado aumenta como consecuencias de esta política fiscal expansiva, mientras que el ahorro nacional y el privado disminuyen, por tanto la tasa de interés real sube, lo cual trae consigo una caída en la inversión y por consiguiente en el ritmo de la acumulación de capital en el largo plazo.

En términos de política económica, las implicaciones de la equivalencia ricardiana son relevantes: si una disminución de los impuestos financiado con deuda no tiene impacto sobre el consumo, la política fiscal no puede ser una herramienta para estabilizar una economía en caso de una recesión; por otro lado, con la hipótesis de equivalencia ricardiana se puede deducir que en el caso en el que una sociedad desee menores tasas impositivas, no puede lograrlo mediante el déficit fiscal o el endeudamiento, sino que la única manera de disminuir los impuestos es reduciendo el gasto público.

El objetivo del presente trabajo es examinar la validez empírica de la hipótesis de equivalencia ricardiana para Colombia. El periodo de estudio será de 1985-2010 para el sector público no financiero.

El trabajo se estructura de la siguiente manera: en la primera parte se presentan las ideas centrales del principio de equivalencia ricardiana, se explican los supuestos necesarios para validar el principio, desarrollos posteriores y críticas del principio; en la segunda parte se proponen tres metodologías para examinar la hipótesis de equivalencia, modelos sustentados a partir de ecuaciones de Euler, estimación de ecuaciones en forma reducida o estructural y los sistemas multiecuacionales tipo VAR; en la tercera parte se muestran los resultados de los modelos utilizados y, por último, se exponen algunos comentarios.

I. EL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA PRESENTACION DEL MODELO BARRO- RICARDO

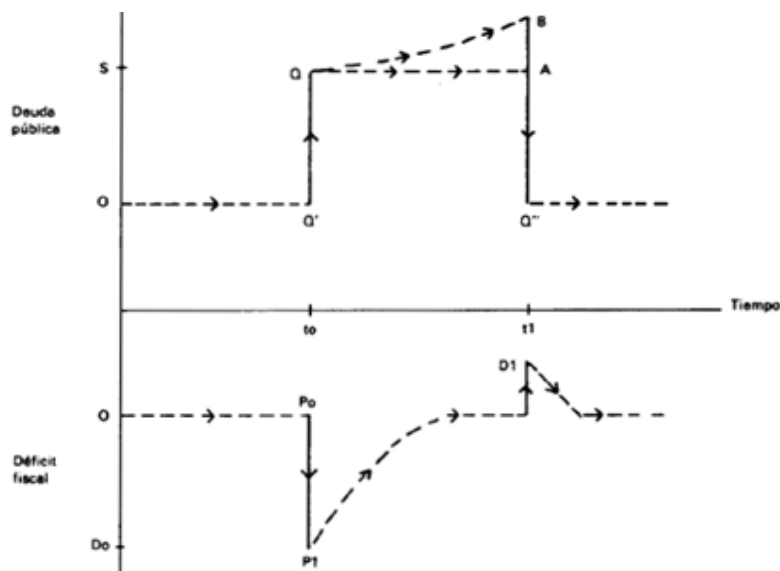
Ricardo desarrolló desde un punto de vista teórico el Teorema de la equivalencia ricardiana, según el cual todo gasto público, sin importar su fuente de financiación, debe pagarse necesariamente con impuestos. En el caso en el que el gobierno financie su gasto con deuda, los agentes anticipan los impuestos que deben pagar cuando la emisión de títulos se

redima en el futuro; de esta manera no hay modificaciones en el ingreso disponible de largo plazo de los agentes y tampoco se tendría un efecto sobre el consumo y la demanda agregada².

Para Ricardo, la creación de bonos de deuda pública hace que los agentes descuenten (en valor presente) de sus ingresos futuros el impuesto que corresponde, de lo cual se deduce que es lo mismo financiar el gasto público con impuestos o con emisión de bonos de deuda pública que luego se puede refinanciar con nueva deuda o con el cobro de los tributos para cancelar los intereses y el principal³. Por tanto, es “equivalente” que los agentes paguen un impuesto hoy o que lo paguen en varias cuotas, concluyendo que los bonos de deuda no son riqueza neta.

El Gráfico 1 muestra la evolución de la deuda pública y el déficit fiscal en el tiempo consistente con el principio de equivalencia:

Gráfico 1
Evolución de la deuda pública y el déficit fiscal consistente con el principio de equivalencia



Fuente: Alberto Carrasquilla y Hernán Rincón

² Para Ricardo, el financiamiento del gasto del gobierno en un lapso que abarca desde que se emita la deuda hasta que se cancele en su totalidad, solo se puede financiar con impuestos; por esta razón, a largo plazo la deuda y los impuestos son fuentes de financiamiento equivalentes.

³ En el Anexo 2 se muestra un ejemplo numérico

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

En el momento t_0 se genera un déficit fiscal de monto D_0 , lo cual implica que el saldo del *stock* de deuda pública se incrementó de Q a Q' . Desde t_0 la deuda evoluciona a lo largo de $Q'A$ en el caso donde las tasas de interés sean nulas, en caso de que sean positivas, la trayectoria se describe a lo largo de QB .

En ausencia de juegos Ponzi, es necesario que en algún momento se cancele la deuda cuyo valor es QB . Asumiendo que esto es realizado en el periodo t_1 , para cancelar la deuda es necesario generar un superávit fiscal (que gráficamente sería de P_1D_1), el cual coincide con el monto QB .

Cuando los agentes reciben los bonos del gobierno, ellos reciben un activo y un pasivo de manera simultánea. Los activos son los bonos del gobierno y los pasivos son las obligaciones tributarias con el gobierno en el momento t_1 . El patrimonio de los agentes se afecta por la diferencia entre los bonos que poseen (activos) y las obligaciones futuras (pasivos) (Carrasquilla y Rincón, 1990).

Asumiendo que los dueños de los bonos del gobierno siguen vivos en el periodo t_1 y cancelan en la totalidad sus pasivos, el patrimonio privado permanece inalterado; en este sentido, las decisiones intertemporales de ahorro y consumo no son modificadas, lo cual implica que el *stock* de capital y las tasas de interés no cambian en el corto y largo plazo.

En otras palabras, la presencia de equivalencia ricardiana exige que los agentes deban pagar con impuestos el monto de la deuda $Q'B$ en el periodo t_1 , lo que significa que el déficit en el periodo t_0 no modifica la demanda agregada.

El trabajo teórico del postulado de neutralidad de la deuda planteado por Barro (1974) necesita al menos de 7 condiciones:

1. AGENTES HIGHLANDER: el individuo debe tener el mismo horizonte de tiempo que el gobierno, el cual se asume que es infinito. En caso de no mantenerse esta condición, la deuda del gobierno será riqueza neta para el agente; por tanto, no tendrá que ahorrar para pagar impuestos futuros. Como el gobierno adopta una modalidad de financiamiento a largo plazo y la vida humana es finita, es plausible que algunos agentes tengan un horizonte de vida inferior al plazo de la deuda del gobierno. En este sentido, cuando el gobierno aumente los impuestos para pagar la emisión de bonos de deuda, el individuo ya estará muerto, lo que invalida el principio de equivalencia. Para solucionar este problema, Barro (1974)

supone individuos con vida finita pero que tienen un enlace o conexión con generaciones futuras; cada persona se preocupa por el bienestar de sus descendientes, para lo cual es necesario el supuesto 2.

2. ALTRUISMO RADICAL: Barro recalca que a las personas les importa el bienestar de sus hijos o descendientes; como la deuda redistribuye recursos entre generaciones, entonces los padres incorporan el bienestar de sus hijos, nietos y demás en sus decisiones de consumo actual. Por tanto, Barro sugiere que con este supuesto la deuda no tendrá una reasignación de recursos entre generaciones. Un elemento esencial para validar este supuesto es la creencia generalizada que un incremento del déficit implica un aumento de los impuestos futuros, cuyo valor presente es igual al mayor déficit. Se asume que los agentes saben que el gobierno tarde o temprano tiene que incrementar los impuestos para pagar la deuda emitida.

3. EXPECTATIVAS RACIONALES: los agentes aprenden de sus propios errores; es decir, pueden cometer errores en sus predicciones pero en promedio no se equivocan debido a que ajustan su conducta actualizando los datos y la información disponible, lo que elimina los errores sistemáticos.

4. MERCADOS DE CAPITAL PERFECTION: el acceso al mercado de capitales no tiene costos y no hay fricciones en el intercambio de activos; tampoco existen barreras de acceso al mercado de capitales. Por otro lado, la información relevante sobre los activos del gobierno es disponible de manera libre. Otra implicación de este supuesto es que la tasa de interés que enfrenta el gobierno es la misma que enfrentan los agentes.

5. IMPUESTOS DE SUMA FIJA (LUMP SUM): impuestos que no sean distorsionantes, es decir que no tengan efectos sobre las decisiones de trabajo e inversión. Estas tasas tributarias no deben variar en el tiempo. Si el impuesto es distorsionante, puede modificar las decisiones e incentivos de los agentes para producir, consumir y ahorrar.

6. AGENTE REPRESENTATIVO: las familias son homogéneas en sus reacciones ante las modificaciones de la política fiscal. En este sentido, es factible modelar y representar el comportamiento agregado utilizando una sola familia.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

7. Crecimiento de la población constante a lo largo del tiempo y ausencia de progreso técnico.

DESARROLLOS POSTERIORES Y CRÍTICAS A LA HIPÓTESIS BARRO-RICARDO

Dos limitaciones son evidentes en el modelo de Barro (1974): (i) el modelo no considera aspectos monetarios. Si la financiación se realiza con emisión monetaria, el impuesto inflacionario puede distorsionar el comportamiento de los agentes; (ii) Barro no considera relaciones con otras economías; en otras palabras, el modelo de Barro es aplicable a una economía cerrada sin moneda.

Sargent (1989) desarrolla las condiciones para que la equivalencia ricardiana se cumpla en una economía monetaria, siempre y cuando el gobierno únicamente satisfaga sus obligaciones con impuestos, es decir, no monetiza su deuda, caso en el cual los resultados serían los mismos que los de Barro.

Frenkel y Razin (1985) proponen las condiciones que se requieren para que se cumpla la equivalencia ricardiana en un contexto de economía abierta. La intuición es que si los agentes no tienen restricciones de acceso a mercados internos y externos de capitales, y además el sector público y privado enfrentan las mismas tasas de interés, las condiciones para que se cumpla la equivalencia son las mismas que una economía cerrada. Es decir, la financiación con deuda interna y externa son neutrales.

Las críticas al modelo de Barro radican en que la “generación” que compra los bonos de deuda sufre de ilusión fiscal; de ésta manera, los agentes capitalizarán los bonos emitidos por el gobierno. Buchanan (1976) argumenta que la ilusión fiscal destruye la equivalencia entre impuestos y deuda, los activos en bonos son totalmente capitalizados por los agentes, pero ellos no van a descontar las obligaciones impositivas futuras. Si los bonos son riqueza neta, un déficit financiado con deuda incrementará el consumo y como consecuencia, reduce el ahorro y la inversión, perjudicando a las generaciones futuras.

Otro argumento de Buchanan (ídem) en contra de la validez de la hipótesis de equivalencia es que la mayoría de los impuestos en la economía no son de suma fija, es decir, los impuestos tienen efectos distorsionantes sobre los niveles de precios y alteran las actividades productivas de la economía. En este escenario, una variación del déficit del gobierno que genere un cambio sobre las tasas impositivas no puede

ser neutral en la toma de decisiones de ahorro de los agentes. Otra crítica de peso está relacionada con la igualdad en la tasa de descuento intertemporal de los flujos futuros esperados y la tasa de interés de deuda pública⁴. Dos supuestos necesarios para que se satisfaga la afirmación anterior es la ausencia de restricciones de liquidez y competencia perfecta en los mercados financieros y de crédito. Sin embargo, empíricamente es difícil garantizar que estas se cumplan. Una crítica ácida a Barro radica en que su modelo no explica cómo las generaciones presentes están comprometidas con sus herederos.

Abel (1991) sugiere que los agentes deben tomar decisiones bajo incertidumbre sobre la trayectoria de la política fiscal. En presencia de incertidumbre la tasa de descuento intertemporal de los individuos es mayor; en este sentido, los bonos del gobierno serían riqueza neta para los agentes o, en el caso de una disminución de impuestos o una transferencia de ingresos por parte del gobierno, dicha política tendrá un impacto sobre la demanda agregada, como sostienen los keynesianos.

Buiter (1979) muestra que los supuestos de Barro son poco realistas porque es necesario que las utilidades de los individuos estén conectadas intergeneracionalmente; sin embargo, este vínculo se puede romper si un individuo no tiene hijos o si le es indiferente la utilidad de sus descendientes. En este sentido, los padres pueden aumentar su consumo de manera indefinida si saben que los impuestos futuros van a recaer en las próximas generaciones o sencillamente hay familias que no piensan en dejar una herencia a sus hijos. El trabajo de Blanchard (1985) tiene en cuenta los efectos de la asignación intertemporal de los impuestos, asumiendo que los agentes tienen un horizonte de vida finito. En este trabajo se corrobora que la existencia de horizontes de vida finitos acarrea que la deuda pública sea considerada como riqueza neta por parte de los agentes, es decir, los bonos del gobierno tienen un efecto sobre la demanda agregada.

Feldstein (1982) sugiere que los agentes ahorran parte de su riqueza cuando están jóvenes para vivir con sus ahorros los últimos años de su vida, pero si los agentes desconocen el día de su muerte, pueden morir antes de gastar toda su riqueza, lo cual invalidaría la hipótesis de equivalencia ricardiana.

Tobin (1980) también cuestiona los supuestos del modelo de Barro. En primer lugar, se refiere a la sustitución de activos. Los bonos del gobierno tienen un impacto sobre los mercados de capitales y

⁴ En el anexo 2 se muestra un ejemplo numérico.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

conformación de portafolios de los agentes vía expectativas. El modelo de Barro no tiene en cuenta las interacciones que se presentan en las expectativas para conformar los portafolios de inversión.

La segunda razón de Tobin para cuestionar los supuestos de Barro radica sobre las explicaciones de Keynes de los incentivos para consumir. Tobin sugiere que los agentes tienen una preferencia por el consumo presente con respecto al consumo futuro, reiterando los argumentos de Keynes sobre las decisiones de consumo a corto plazo. Si los agentes tienen incentivos para el consumo en el periodo t , no pueden ahorrar para pagar los compromisos tributarios en el periodo $t + 1$; al incrementarse el consumo se aumentan las tasas de interés, reduciendo la inversión y de esta manera se perjudica a las generaciones futuras.

Siguiendo a Barro, se desarrolla el modelo en dos etapas. La primera muestra las relaciones de una economía descentralizada en la que no existe el gobierno y se plantea el problema de maximización de las familias. En la segunda etapa se introduce la deuda del gobierno y se muestran los impactos sobre las decisiones de consumo de los hogares.

A continuación se presenta una versión sencilla en tiempo continuo del principio de la equivalencia ricardiana.

Utilizando un modelo de optimización dinámica en tiempo continuo, se asume que existen solamente dos factores de producción: el trabajo y los servicios del capital. El precio del trabajo es el salario que se denota como w_t y r_t es el precio del capital; adicionalmente hay un mercado de crédito donde las familias pueden prestar y pedir prestado sin ninguna restricción (Blanchard y Fisher, 1989).

Asumiendo que las familias son idénticas, sus preferencias se pueden representar por la función de utilidad dada por:

$$U_s = \int_s^{\infty} u(c_t) e^{-\theta(t-s)} dt \quad (1)$$

Cada familia decide en cualquier momento del tiempo cuánto trabajo ofrece y cuánto capital alquila a las firmas. Las decisiones de ahorro de las familias son tomadas mediante la acumulación de capital o mediante préstamos. Las tasas de interés de la deuda son iguales a la tasa de rentabilidad del capital.

Por simplicidad, se asume que no hay depreciación del capital, por tanto el producto y_t está en términos netos, y solo puede ser destinado para consumo o para inversión; se asume un escenario de competencia

perfecta; por tanto, las empresas son tomadoras de precios en el mercado de bienes y factores.

Cada familia maximiza su función de utilidad (1) sujeto a la siguiente restricción presupuestal:

$$c_t + \frac{da_t}{dt} + na_t = w_t + r_t a_t \quad (2)$$

Donde $a_t = k_t - b_t$, es decir, la riqueza de las familias está dada por sus activos de capital menos las deudas con el sector privado; por otro lado, se asume que las firmas maximizan sus beneficios en cada momento. Las condiciones de primer orden implican:

$$f'(k_t) = r_t f(k_t) - k_t f'(k_t) = w_t$$

Al resolver el problema de maximización de las familias sujeto a la restricción presupuestal, se obtienen los siguientes resultados:

$$\frac{du'(c_t)/dt}{u'(c_t)} = \theta + n - r_t = \theta + n - f'(k_t) \quad (3)$$

Asumiendo la siguiente condición de transversalidad $\lim_{t \rightarrow \infty} a_t e^{-\theta t} \geq 0$ y una tasa de crecimiento constante de la población, se puede reexpresar (3) de la siguiente manera:

$$f(k_t) = c_t + \frac{dk_t}{dt} + nk_t \quad (4)$$

La interpretación de la condición de transversalidad es que en el futuro lejano ($t \rightarrow \infty$) el valor de la deuda debe ser cero en la senda óptima, es decir, en el futuro todas las obligaciones deben cancelarse. Formalmente la condición de transversalidad en el sentido de Kuhn-Tucker implica que la restricción de no negatividad debe cumplirse en el infinito.

En ausencia de juegos Ponzi, el *stock* agregado de deuda privada a largo plazo debe ser cero; esto implica que $a_t = k_t$, la ecuación anterior caracteriza el comportamiento de la economía descentralizada.

Ahora se introduce el gobierno con el objetivo de analizar los efectos del gasto público en el equilibrio y cómo las diferentes maneras de financiación del gasto (deuda e impuestos) alteran el equilibrio de la economía.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Asumiendo que el gasto público está dado y es exógeno, y que la tasa impositiva per cápita es Lump-Sum, $t_t = g_t$, la restricción presupuestal de los hogares queda expresada de la siguiente manera:

$$c_t + \frac{da_t}{dt} + na_t = w_t + r_t a_t - t_t \quad (5)$$

Donde $a_t = k_t - b_t$

Integrando (6) tenemos:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} c_t R_t dt &= k_0 - b_0 + \int_0^{\infty} w_t R_t dt - \int_0^{\infty} t_t R_t dt \\ &= k_0 - b_0 + h_0 - G_0 \end{aligned} \quad (6)$$

Donde $R_t = e^{-\int_0^t r_v - n dv}$ es el factor de descuento.

Otra manera de financiar el gasto diferente a los impuestos es mediante la emisión de obligaciones o bonos del gobierno. Sea b_t la deuda del gobierno per cápita, la restricción presupuestal para el gobierno es la siguiente:

$$\frac{db_t}{dt} + nb_t = g_t - t_t + r_t b_t \quad (7)$$

El lado izquierdo de la ecuación representa la variación de los pasivos del gobierno. El lado derecho de la ecuación muestra el balance de flujos, es decir, el déficit del gobierno nacional al incorporar el pago de intereses de la deuda pública.

Al integrar la restricción presupuestal del gobierno y asumiendo ausencia de juegos Ponzi, se puede expresar la restricción de la siguiente manera:

$$b_0 + \int_0^{\infty} g_t R_t dt = \int_0^{\infty} t_t R_t dt \quad (8)$$

La ecuación (8) muestra que el valor presente de los gastos más el valor inicial de la deuda del gobierno debe corresponder al valor presente de

los tributos; esto implica que el gobierno debe elegir una senda de gastos e ingresos (tributos) tal que el valor presente del déficit primario, $\int_0^{\infty} g_t - t_t$, descontado a la tasa de interés $e^{-\theta(t-s)}$, sea igual al valor inicial de la deuda.

La presencia del valor de la deuda en la restricción presupuestal intertemporal del gobierno modifica la restricción presupuestal de los hogares:

$$c_t + \frac{da_t}{dt} + na_t = w_t + r_t a_t - t_t \quad (9)$$

Donde $a_t = k_t - b_t + b_0$, esto es consecuente con el supuesto que indica que las familias pueden prestar y pedir prestado a la misma tasa de interés, r_t , que enfrenta el gobierno.

Al integrar la ecuación (9) tenemos:

$$\int_0^{\infty} c_t R_t dt = k_0 - b_{t_0} + b_0 + \int_0^{\infty} w_t R_t dt - \int_0^{\infty} t_t R_t dt \quad (10)$$

La ecuación (10) indica que el valor presente del consumo debe ser igual a la suma de la riqueza no humana ($k_0 - b_{t_0}$) y la riqueza humana que se compone del valor presente de los salarios menos el valor presente de los impuestos.

La restricción presupuestal muestra que para una senda de gasto, el gobierno debe recaudar una tasa de impuestos (en valor presente) equivalentes al gasto para poder mantener balanceada su restricción presupuestal en todo momento. Esto implica que en el caso en el que el gobierno reduzca los impuestos en algún momento, debe pedir prestado del sector privado para balancear su restricción presupuestal y en un futuro se deben aumentar las tasas tributarias para repagar la deuda adquirida y los intereses de la misma.

Al reemplazar la restricción intertemporal del gobierno (ecuación 8) en la expresión (10), se obtiene:

$$\int_0^{\infty} c_t R_t dt = k_0 - b_{t_0} + \int_0^{\infty} w_t R_t dt - \int_0^{\infty} g_t R_t dt \quad (11)$$

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

La ecuación (11) muestra que no aparecen la deuda ni los impuestos en la restricción presupuestal de las familias, solo el gasto tiene un efecto en esta restricción, implicando que el método de financiación del gasto del gobierno (impuestos o deuda) no tiene un efecto en la asignación de los recursos por parte de los hogares⁵.

Antes de presentar los resultados empíricos para Colombia, es importante hacer una revisión de las evaluaciones empíricas más relevantes sobre la validez del principio de la equivalencia ricardiana. Un primer rasgo de la mayoría de estudios empíricos es que se basan en la estimación de una función consumo convencional, buscando encontrar evidencia de la existencia de una compensación plena entre ahorro privado y el desahorro del gobierno. Por otra parte, también se encuentran estudios que pretenden examinar la hipótesis directamente, es decir, relacionando las variables fiscales, en especial, los déficits y las tasas de interés.

Los procedimientos que utilizan funciones de consumo en su forma reducida, denominados estructurales⁶, han sido utilizados en la mayor parte de los trabajos que validan empíricamente la hipótesis de neutralidad; sin embargo, en general, no se sustentan a partir de principios de racionalidad y optimización de los agentes. El otro procedimiento está basado en las ecuaciones de Euler, el cual permite superar las limitaciones teóricas de los enfoques estructurales, pues se recurre a las condiciones de primer orden de un problema de optimización dinámica; no obstante, ello exige imponer condiciones o restricciones fuertes para deducir ecuaciones susceptibles de ser estimadas⁷.

Siguiendo el planteamiento anterior, si la propuesta de Barro es correcta, un déficit en el presupuesto del gobierno no tiene efecto en el ahorro nacional, por tanto la tasa de interés real no debe cambiar para mantener la igualdad entre ahorro nacional e inversión, es decir, en una economía cerrada, los déficit del gobierno no deberían tener efecto sobre la tasa de interés.

⁵ En el apéndice 3 se incluye una versión simplificada de equivalencia ricardiana en tiempo discreto incluyendo la inversión.

⁶ Este tipo de procedimientos incluyen variables como ingreso disponible, *stock* de deuda pública, impuestos, transferencias, etc. El objetivo es interpretar la significancia estadística de las variables para poder discriminar entre los enfoques o escuelas clásica y keynesiana.

⁷ En el anexo 4 se incluye una versión formal de la equivalencia ricardiana siguiendo el enfoque de maximización de una función consumo.

Juan Pablo Roa

En el cuadro 1 se muestran de manera sintética los estudios más relevantes para varios países sobre la validez empírica del teorema de equivalencia ricardiana.

Cuadro 1
Resultados de la evaluación empírica de la hipótesis de equivalencia ricardiana

AUTOR	AÑO	PAIS	PERIODO	RESULTADO RELEVANTE	VARIABLES
Estudios que no rechazan la hipótesis de Equivalencia Ricardiana					
Tanner	1979	USA	1947-1974 (A)	No rechaza la Ho Nula	Consumo
Seater	1982	USA	1929-1976 (A)	No rechaza la Ho Nula	Consumo
Plosser	1982	USA	1954-1978 (T)	No rechaza la Ho Nula	Tasa de Interes
Evans	1986	Francia	1973-1985 (T)	No rechaza la Ho Nula	Tipo de Cambio
Raymond, González-Paramo	1987	España		No rechaza la Ho Nula	Consumo
Haque	1988	P. Emergentes	1960-1985 (A)	No rechaza la Ho Nula	Consumo
Evans	1988	USA	1947-1985 (T)	No rechaza la Ho Nula	Consumo
	1989	Egipto	1960-1985 (A)	No rechaza la Ho Nula	Consumo
Estudios que rechazan la hipótesis de Equivalencia Ricardiana					
Kochin	1974	USA	1952-1971 (A)	Rechaza Ho	Consumo
Yawitz-Meyer	1976	USA	1953-1967 (A)	Rechaza Ho	Consumo
Buiter-Tobin	1979	USA	1949-1976 (A)	Rechaza Ho	Consumo
Feldstein	1982	USA	1930-1976 (A)		Consumo (Per Cápita)
Perelman-Pestieau	1983	Bélgica	1954-1979 (A)	Rechaza Ho	Tasa de Interes
Koskela-Viren	1983	OCDE		Rechaza Ho	consumo
Eisner y Pieper	1984	USA	1977-1981 (T)	Rechaza Ho	
Modigliani, Jappelli y Pagano	1985	Italia	1952-1982	Rechaza Ho	Consumo
Feldstein	1986	USA	1930-1977 (A)	Rechaza Ho	Consumo
Kessler, Perelman y Pestieau	1986	OCDE	1964-1980	Rechaza Ho	Consumo
Leiderman-Razin	1988	Israel	1980-1985 (M)	Rechaza Ho	Consumo
Graham	1995	USA	1951-1991 (A)	Rechaza Ho	Consumo
Haug	1996	Canadá	1967-1987 (T)	Rechaza Ho	Consumo
Evans	1986	Canadá	1948-1984 (T)	No es Concluyente	Tipo de Cambio
Estudios que no son concluyentes o tienen evidencia mixta sobre la hipótesis de Equivalencia Ricardiana					
Haque y Montiel	1989	Argelia	1960-1985 (A)	No es Concluyente	Consumo
Fuster	1993	C. Europea	1964-1988 (A)	Mixto	Consumo
Carrasquilla y Rincón	1990	Colombia	1950-1989 (A)	No es Concluyente	Consumo
Gracia y Ramajo	2002	España	1955-2000 (A)	Mixto	Consumo

Fuente: Elaboración Propia.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Todos estos trabajos tienen algo en común: la hipótesis nula del test es que el déficit del gobierno se compensa con las decisiones de ahorro de los agentes; por tanto, el déficit es neutral en la determinación del consumo. Un resultado análogo al anterior es que la tasa de interés tampoco se ve alterada debido a que se mantiene la identidad de ahorro e inversión. Del mismo modo, la hipótesis de equivalencia para el caso extendido de economías abiertas, implica que un déficit del gobierno no debería ocasionar un déficit en la balanza de pagos, razón por la cual la tasa de cambio debería permanecer inalterada.

Como se puede consultar, los resultados empíricos son mixtos, es decir, dependen del país de estudio, del periodo elegido y de la cobertura del sector público que se considere.

II. UN NUEVO CONTRASTE DE LA HIPÓTESIS DE EQUIVALENCIA RICARDIANA PARA COLOMBIA 1985-2010

EVIDENCIA EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

En primer lugar se presentan los modelos más relevantes en la literatura empírica que han empleado ecuaciones de Euler derivadas de la solución de un problema de maximización intertemporal del agente. Estos procedimientos permiten validar la hipótesis de equivalencia con existencia de restricciones de liquidez. En segundo lugar se presenta una especificación de una función consumo estructural derivada del enfoque de Kormendi (1983), Kochin (1974) y Tanner (1974).

II.1 Modelo de Blanchard

En el modelo de Blanchard (1985) una fracción μ de la población muere en cada periodo. Debido a los tiempos de vida finitos, un agente puede estar muerto en el momento del vencimiento de los bonos de deuda pública. Si se asume que las personas no tienen “altruismo radical” el principio de equivalencia ricardiana no es válido a menos que $\mu = 0$, es decir que un individuo pueda tener vidas infinitas.

El modelo de Blanchard implica una función consumo de la siguiente forma:

$$C_t = \alpha \left[(1+r)A_{t-1} + \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1-\mu}{1+r} \right)^j E_t(Y_{t+j}^d) \right] \quad (12)$$

Donde α es la propensión del consumo respecto al *stock* total de riqueza, r es la tasa real constante de retorno de los activos, A_{t-1} es el *stock* real de activos pendientes al final del periodo $t-1$, Y_t^d es el ingreso disponible.

Usando la restricción presupuestal agregada:

$$A_t = (1+r)A_{t-1} + Y_t^d - C_t$$

Se puede reescribir la función consumo como una función que depende de su propio pasado más un componente de riqueza no humana:

$$C_t = \left(\frac{1+r}{1-\mu} \right) (1-\alpha)C_{t-1} - \alpha\mu \left(\frac{1+r}{1-\mu} \right) A_{t-1} + \alpha\varepsilon_t \quad (13)$$

Donde $\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} (1-\mu)/(1+r)^j [(E_t - E_{t-1})Y_{t+j}^d]$ es un error de expectativas, esta fue la solución utilizada por Evans (1988) que fue empleada por Carrasquilla y Rincón (1989).

Haque (1988) encuentra una solución equivalente que depende únicamente del ingreso laboral disponible:

$$C_t = (1+r) \left(1 - \alpha + \frac{1}{1-\mu} \right) C_{t-1} - \frac{(1+r)^2}{1-\mu} (1-\alpha)C_{t-2} - \alpha\mu \left(\frac{1+r}{1-\mu} \right) Y_{t-1}^d + \alpha\varepsilon_t - \alpha(1+r)\varepsilon_{t-1} \quad (14)$$

Hayashi (1982) encuentra una tercera expresión que también está basada en horizontes de vida infinitos:

$$C_t = \left(\frac{1+r}{1-\mu} \right) (1 - \alpha(1-\mu))C_{t-1} - \alpha\mu \frac{(1+r)^2}{1-\mu} A_{t-2} - \alpha\mu \left(\frac{1+r}{1-\mu} \right) Y_{t-1}^d + \alpha\varepsilon_t \quad (15)$$

Para validar la hipótesis de equivalencia ricardiana en las tres ecuaciones propuestas, se debe verificar que $\mu = 0$. En el caso donde $\mu = 0$

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

(Horizonte infinito, las generaciones se comportan de manera continua) en todas las ecuaciones, implica que el consumo actual es una función que depende de sí misma, pero con solo un rezago. Siguiendo a Hall (1978), no debería ser significativa ninguna otra variable conocida en el periodo $t - 1$.

Utilizando el test de la traza y de valor propio de Johansen se obtienen los siguientes resultados (las series de consumo, activos e ingreso disponible están en logaritmos):

Cuadro 2
Prueba de Cointegración de Johansen

Cointegration Rank Test (Trace)				
Hipótesis Nula	Valor Propio	Estadístico Traza	Valor Critico	P-Valor**
None *	0.585861	35.78297	29.79707	0.0091
At most 1 *	0.492386	16.38879	15.49471	0.0366
At most 2	0.064722	1.47206	3.841466	0.225

Cointegration Rank Test (Máximo Valor Propio)				
Hipótesis Nula	Valor Propio	Estadístico Traza	Valor Critico	P-Valor**
None	0.585861	19.39418	21.13162	0.086
At most 1 *	0.492386	14.91673	14.2646	0.0394
At most 2	0.064722	1.47206	3.841466	0.225

El Test de la traza indica un vector de cointegración con un nivel de significancia de 0.05

* denota rechazo de la hipótesis nula a un nivel 0.05

De acuerdo a los test de Johansen, se sugiere un vector de cointegración; por tanto, las series para analizar las ecuaciones (13), (14) y (15) serán tomadas en niveles (aunque estas series están transformadas con logaritmos naturales y deflactadas a precios constantes de 2005).

El cuadro 3 contiene los resultados de las estimaciones de las ecuaciones (13), (14) y (15); la columna GB indica el contraste de Godfrey (1978) y Breusch (1978), basado en multiplicadores de Lagrange.

El conjunto de las hipótesis es el siguiente:

$$\begin{cases} H_0: \text{Ausencia de Correlación} \\ H_a: \text{Los errores } \varepsilon_t \text{ siguen un proceso } AR(p) \text{ o } MA(q) \end{cases}$$

La columna Q indica el estadístico de Box-Pierce, utilizado para propósitos de probar correlaciones de orden superior. Bajo la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación, la estadística Q se distribuye como una Jhi Cuadrada.

Los resultados empíricos arrojan resultados que sostienen que el consumo no se comporta como un paseo aleatorio (Hall, 1978). Este hecho proviene de las imperfecciones en los mercados de capitales debido a las restricciones de liquidez (en el sentido de que los agentes no pueden prestar o pedir prestado recursos contra sus rentas futuras esperadas a una tasa de interés real dada) que impiden a los agentes suavizar su consumo y seguir su senda de consumo óptima. Los resultados de las estimaciones de los modelos (13), (14) y (15) se muestran en el cuadro 3:

Cuadro 3
Resultados de las estimaciones de los modelos de Blanchard, Haque y Hayashi

Coeficientes Parámetros estimados, Variable Dependiente ln(Ct)							
Ecuación	ln(Ct-1)	ln(Ct-2)	ln(At-1)	ln(Ydt-1)	MA(1)	GB	Q(12)
13	0.936623 [0.000]		-0.010042 [0.7906]		0.401831 [0.0836]	0.460243 [0.63862]	5.5728 [0.900]
14	1.111975 [0.0685]	-0.206534 [0.7414]		0.088681 [0.7849]	0.253096 [0.6647]	0.558703 [0.446]	3.4611 [0.983]
15	0.914586 [0.0006]		-0.009448 [0.8083]	0.032315 [0.9121]	0.406603 [0.1223]	0.579322 [0.4743]	5.5333 [0.903]

* P values en corchetes

De acuerdo con las estadísticas GB y Q(12), es razonable asumir ausencia de autocorrelación serial. En la estimación de las ecuaciones (13), (14) y (15), la hipótesis nula de horizonte infinito no se rechaza, debido a que el parámetro asociado a $ln(A_{t-1})$ no es estadísticamente significativo en ninguna de las tres ecuaciones, es decir, no se rechaza la hipótesis de $\mu = 0$. De esta manera, no se tiene evidencia estadísticamente significativa en contra de la hipótesis de equivalencia ricardiana; sin embargo, es necesario evaluar si el supuesto de ausencia de restricciones de crédito es razonable para poder sacar una conclusión más clara.

Himarios (1995) sugiere una apropiada modificación del modelo para permitir restricciones de liquidez, como sugieren Campbell y Mankiw (1990). Relajando el supuesto de mercados de capitales

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

perfectos y asumiendo que una fracción λ de la población tiene restricciones de liquidez, las ecuaciones (13), (14) y (15) se pueden escribir como:

$$C_t = \frac{1+r}{1-\mu}(1-\alpha)C_{t-1} - \alpha\mu \frac{1+r}{1-\mu}A_{t-1} + \lambda Y_t^d - \lambda \frac{1+r}{1-\mu}(1-\alpha)Y_{t-1}^d + u_t \quad (16)$$

$$C_t = \frac{1+r}{1-\mu}[1 + (1-\alpha)(1-\mu)]C_{t-1} - \frac{(1+r)^2}{1-\mu}(1-\alpha)C_{t-2} + \lambda Y_t^d - \left(\frac{1+r}{1-\mu}\right)[\alpha\mu + \lambda(2-\alpha-\mu)]Y_{t-1}^d + \lambda(1-\alpha)\frac{(1+r)^2}{1-\mu}Y_{t-2}^d + u_t - (1+r)u_{t-1} \quad (17)$$

$$C_t = \frac{1+r}{1-\mu}[1 - \alpha(1-\mu)]C_{t-1} - \alpha\mu \frac{(1+r)^2}{1-\mu}A_{t-2} + \lambda Y_t^d - \frac{1+r}{1-\mu}[\lambda - \alpha(\lambda-\mu)]Y_{t-1}^d + u_t \quad (18)$$

Donde u_t es un proceso de ruido blanco, en este contexto la hipótesis de equivalencia puede dejar de cumplirse porque $\mu > 0$ (horizonte finito, existe un grado de desconexión de una generación con otra) o porque $0 < \lambda < 1$ (existencia de restricciones de liquidez). Los resultados de las estimaciones de los modelos (16), (17) y (18) se muestran en el cuadro 4:

Cuadro 4

Coeficientes Parámetros estimados, Variable Dependiente ln(Ct)											
Ecuación	ln(Ct-1)	ln(Ct-2)	ln(At-1)	ln(At-2)	ln(Ydt)	ln(Ydt-1)	ln(Ydt-2)	MA(1)	MA(2)	GB	Q(12)
16	0.316468		-0.080231		0.837384	-0.080444		1.471938	0.994242	8.914735	12.61
	[0.2923]		[0.1845]		[0.0029]	[0.7918]		[0.000]	[0.0003]	[0.00281]	[0.246]
17	0.905635	-0.30918			0.699332	-0.721371	0.577191			2.139263	7.1978
	[0.0093]	[0.2908]			[0.0953]	[0.1517]	[0.0739]			[0.15227]	[0.85]
18	0.452901			-0.0876	0.693581	-0.216461		0.587026		1.030252	5.3825
	[0.1909]			[0.0554]	[0.0669]	[0.5112]		[0.0347]		[0.3808]	[0.912]

* P values en corchetes

En la estimación de la ecuaciones (16), (17) y (18) se tiene evidencia de existencia de restricciones de liquidez debido a que el coeficiente que acompaña a la variable de ingreso disponible es estadísticamente

significativo, es decir $\hat{\lambda} = 0.837$, $\hat{\lambda} = 0.6993$ y $\hat{\lambda} = 0.6935$ respectivamente. Este parámetro nos indica la proporción de renta sometida a restricciones de liquidez. De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede afirmar con cautela que la fuente de alejamiento de la hipótesis de equivalencia ricardiana es la existencia de un mercado de capitales imperfecto, donde una proporción importante de familias están sometidas a restricciones de liquidez.

El modelo inicial de Barro asume que los agentes pueden prestar y pedir prestados recursos ilimitados a una misma tasa de interés; sin embargo, en Colombia se observan diferentes tipos de interés para las operaciones de préstamo y endeudamiento, así como límites o topes a los créditos: de esta manera es factible sostener restricciones de liquidez.

La consecuencia de las restricciones de liquidez es la modificación de los planes o sendas de consumo óptimo; por otro lado, los ingresos disponibles serán menores debido a las necesidades de ahorro por motivo precaución, es decir, en presencia de restricciones de liquidez los agentes reducen su consumo corriente para poder tener ahorros por motivo de precaución, debido a la incertidumbre sobre sus ingresos futuros. Feldstein (1982) considera que si las transferencias se asignan a personas que tengan algún tipo de restricciones de liquidez, no se puede esperar que se mantenga la hipótesis de equivalencia, sino que se incremente el consumo presente: por ello, la política fiscal no es necesariamente neutral.

II.2 Modelo Kormendi, Kochin y Tanner

El modelo se basa en la estimación de una función consumo. El objetivo es mostrar que los coeficientes asociados a las variables de impuestos, gasto y deuda tienen unos valores particulares. El siguiente modelo resume los aspectos relevantes de los estudios de Barro, Kochin y Tanner (1974).

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 W_t + \alpha_1 G_t + \beta_3 T_t + \alpha_2 D_t + \varepsilon_t \quad (19)$$

Donde

C_t : Gasto privado en consumo

Y_t : Ingreso nacional

W_t : Valor de mercado de la riqueza privada

G_t : Gasto del gobierno

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

T_t : Ingresos tributarios del gobierno

D_t : Saldo de la deuda pública

Para la construcción de la variable riqueza se considera la siguiente especificación⁸:

$$W_t = \text{Stock deuda Pública}_t + M2_t + \text{Stock de capital}_t \quad (20)$$

La variable propuesta W_t es una proxy para la variable explicativa inobservable de riqueza, en este sentido se propone una especificación macroeconómica de la variable riqueza a partir del *stock* de deuda pública, M2 y *stock* de capital⁹.

Se impone la siguiente restricción al modelo: $\alpha_1 = -\beta_3$, es decir que el efecto de un incremento en el gasto público es equivalente al efecto de una disminución de los impuestos. Cuando el gasto gubernamental no incrementa la demanda agregada porque disminuye otro de sus componentes, se da la situación que Feldstein denomina como impotencia fiscal. La visión ricardiana sugiere que el coeficiente que acompaña la variable de gasto sea menor que cero. Cuando no se cumple la equivalencia ricardiana, el gasto público tendrá un efecto multiplicador y positivo sobre el consumo.

De acuerdo con el teorema de equivalencia, un cambio en los impuestos manteniendo constante el gasto público no tendrá efecto sobre las decisiones de consumo de los agentes debido a que el incremento de los impuestos disminuye el déficit y por tanto el endeudamiento. El efecto negativo sobre el consumo provocado por incrementos en los impuestos es compensado por la percepción que tienen los agentes de una disminución de la deuda. Esta percepción les permite reducir la reserva que forman para cumplir con las obligaciones futuras de sus herederos y de ésta manera aumentar su consumo.

Si la variable riqueza incluye el valor de la deuda pública, el cumplimiento del teorema implica que el coeficiente de la deuda sea negativo y de la misma magnitud de la riqueza total, es decir:

$$\alpha_2 = -\beta_2$$

⁸Agradezco todos los comentarios y sugerencias de Hernán Rincón y de Franz Alonso Hamann Salcedo.

⁹ En el anexo 12 se hace una breve explicación de los supuestos necesarios para que W_t sea una “buena proxy” de la variable inobservable *riqueza*.

Si los agentes no sufren de ilusión fiscal, el efecto positivo en el consumo debido al incremento en la riqueza percibida por ellos se compensa por el efecto negativo ligado a la formación de una reserva mayor para cubrir sus obligaciones fiscales futuras. Si la variable riqueza no incluye el valor de la deuda, en el caso en el que se cumpla la equivalencia, esta tendría un efecto positivo sobre el consumo.

Cuando no se cumple el teorema de equivalencia y la variable riqueza incluye la deuda pública, se espera:

$$\alpha_2 < 0 \quad y \quad \alpha_2 + \beta_2 \leq 0$$

La hipótesis alternativa significa que las familias no perciben que el incremento de su riqueza esté acompañado de mayores obligaciones futuras o que no hacen una provisión para pagarlas más adelante.

En este caso, una variación de la deuda se considera como riqueza y tendrá un efecto positivo sobre el nivel de consumo de los agentes. El cuadro 5 muestra el resumen:

Cuadro 5
Restricciones del modelo para validar la HER

	Equivalencia Ricardiana	No se cumple la Equivalencia
Efecto sobre los tributos	$\beta_3 = 0$	$\beta_3 < 0$
Efecto del gasto público	$\alpha_1 < 0$ o $\alpha_1 = -1$ si hay impotencia fiscal.	$\alpha_1 > 0$
Efecto deuda pública	$\alpha_2 = -\beta_2$ Si la riqueza incluye la deuda. $\alpha_2 < 0$ y $\beta_2 > 0$ Si la Riqueza no incluye la deuda	$\alpha_2 + \beta_2 > 0$

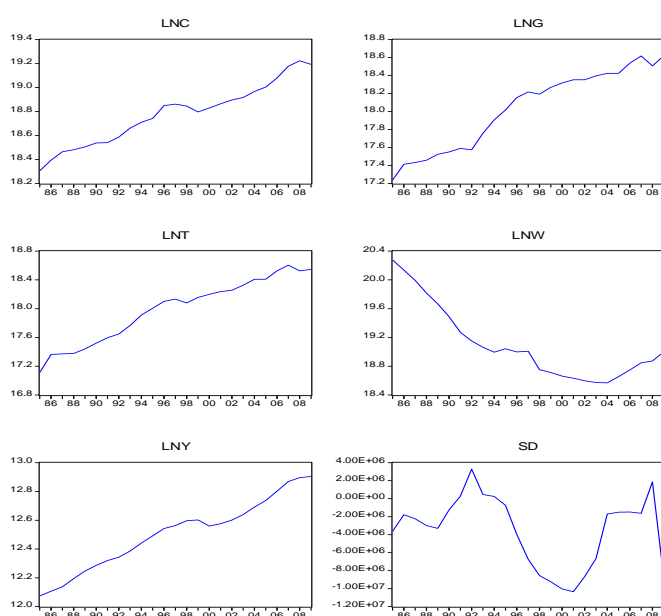
Bajo la hipótesis nula de equivalencia ricardiana, se espera que $\beta_2 > 0$ y $\alpha_2 = 0$; un incremento del gasto público implica mayores impuestos y un menor ingreso disponible. De esta manera se espera que $\alpha_1 < 0$, por otro lado, los impuestos no deben afectar las decisiones óptimas de consumo de un agente ricardiano, por tanto $\beta_3 = 0$.

En contraste, desde un punto de vista keynesiano, los bonos del gobierno son percibidos como riqueza neta y el gasto del gobierno incrementa el consumo privado. Los coeficientes esperados bajo la hipótesis alternativa keynesiana son $\alpha_2 > 0$, $\alpha_1 > 0$ y $\beta_2 > 0$; un incremento de impuestos disminuye el consumo, por tanto $\beta_3 < 0$.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

El periodo de estudio de los datos está comprendido entre los años 1985 hasta 2010. Se utilizan series anuales, fuente DANE, Banco de la República, Ministerio de Hacienda, GRECO y Juan Ricardo Perilla (DNP). Las series son deflactadas utilizando el IPC, y se toma como año base 2005. El Gráfico 2 muestra la evolución de las series utilizadas (en logaritmos) para estimar el modelo en el tiempo:

Gráfico 2
Evolución en el tiempo de las series utilizadas en el modelo



Los resultados empíricos de la estimación se muestran en el cuadro 6¹⁰.

La serie LNC indica el logaritmo natural del consumo total de los hogares; la serie LNPIB es el logaritmo natural de la serie del PIB; LNG indica el logaritmo del gasto del sector público no financiero a precios constantes de 2005; la serie de LNW es el logaritmo de la serie construida de riqueza a precios constantes de 2005; la serie SD05 es la serie en niveles de superávit o déficit del GNC a precios constantes de 2005, y la serie LNT es la serie de ingresos tributarios del sector público no financiero a precios constantes de 2005.

¹⁰ En el anexo 10 se encuentran las pruebas de raíces unitarias para las series utilizadas.

El test de Breush-Godfrey de correlación serial en los residuales indica que no hay correlación serial en el modelo estimado; bajo la hipótesis nula del test tenemos ausencia de correlación serial, el P-value del test es 0.699, lo que indica que no podemos rechazar la hipótesis nula a ningún nivel convencional de significancia. El P-Value de la prueba Jarque-Bera es 0.979, lo que indica que no es posible rechazar la hipótesis nula de normalidad en el término de error a cualquier nivel convencional de significancia. Utilizando el test de Breusch-Pagan, no se puede rechazar la hipótesis nula de homocedasticidad en el modelo, estimado debido a que el P-value de la prueba es de 0.7794.

Cuadro 6¹¹
Resultados estimación del modelo reducido

Variable Dependiente: d(log(consumo)), sin tendencia lineal			
VARIABLES INDEPENDIENTES	COEFICIENTE	ESTADÍSTICO T	P-VALUE
Constante	0.032631	1.749231	0.0973
d(log(PIB))	0.25172	0.631431	0.5357
d(log(G))	-0.028191	-0.147616	0.8843
d(log(T))	0.202828	1.098982	0.2863
d(log(W))	6.13E-02	1.111044	0.2812
SD05	3.25E-09	1.793943	0.0896
Suma Residuos Cuadrado=0.0198		Estadístico F	2.403337
R-Cuadrado= 0.40034		P valor	0.077638

Los resultados no son concluyentes debido a que el coeficiente del gasto y de la variable riqueza no son significativamente diferentes de cero. Sin embargo, teniendo en cuenta el coeficiente que acompaña al déficit, $\alpha_2 > 0$, puede concluirse un rechazo parcial a la hipótesis de equivalencia ricardiana para Colombia; sin embargo, no es totalmente concluyente debido a que si bien el coeficiente del gasto público tiene el signo esperado, este no es estadísticamente significativo.

Siguiendo el cuadro 5, para probar la hipótesis de impotencia fiscal (lo cual validaría la hipótesis de equivalencia ricardiana) se utilizan test estadísticos sobre los coeficientes basados en los test de Wald; estos pueden ser individuales ($H_0: \beta_i = 0$) o grupales ($H_0: \beta_i = \dots = \beta_k = 0$).

¹¹ En el anexo13 se describen las fuentes estadísticas.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
 PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

El efecto de gasto público cuando hay impotencia fiscal se da cuando $H_0: \alpha_1 = -1$ ó $H_0: \alpha_1 + 1 = 0$.

Cuadro 7

Resultados del test de Wald de la estimación de impotencia fiscal

Test estadístico	Valor	Grados de libertad	P-valor
F-statistic	25.89	(1, 18)	0.0001
Chi-square	25.89	1	0

Resumen Prueba de Hipótesis		
Ho: $1 + C(3)$	Valor	Error Estándar
	0.971809	0.190975

El p-valor de la prueba es casi cero, lo cual permite rechazar la hipótesis nula de impotencia fiscal a cualquier nivel convencional de significancia, es decir que se está invalidando la hipótesis de equivalencia ricardiana.

Para ver el efecto sobre la deuda, como la variable construida riqueza incluye el *stock* de deuda, se debe probar que $H_0: \alpha_2 = -\beta_2$ ó $H_0: \alpha_2 + \beta_2 = 0$.

Cuadro 8

Resultados del test de Wald de la estimación de la restricción sobre la variable riqueza

Test Estadístico	Valor	Grados de libertad	P-valor
F-statistic	1.23	(1, 18)	0.2812
Chi-square	1.23	1	0.2665

Resumen Prueba de Hipótesis		
Ho: $C(5) + C(6)$	Valor	Error Estándar
	0.061281	0.055156

La hipótesis nula sobre la restricción del efecto de la deuda no se puede rechazar, lo cual estaría validando la hipótesis de equivalencia; debido a que la hipótesis sobre impotencia fiscal se rechaza y a que la hipótesis sobre la deuda no se puede rechazar, no tenemos suficiente evidencia estadística para dar una conclusión; de esta manera, el modelo reducido de consumo no es concluyente.

Siguiendo a Feldstein (1982), un problema general en este tipo de especificaciones es el que se refiere a la endogeneidad¹², por tanto se considera una representación VAR cuatri-variado para examinar relaciones de cointegración entre las series de consumo de los hogares, tasas de interés (DTF trimestral a 90 días), la serie construida de riqueza y la serie de superávit/ déficit; de esta manera se pretende corregir el problema de endogeneidad en las especificaciones de los modelos revisados en la literatura.

A continuación se propone una batería de modelos y pruebas estadísticas siguiendo el orden de Lütkepohl (2002) propuesto en “New Introduction to Multiple Time Series Analysis”¹³.

Utilizando datos del sector público no financiero se estima un VAR cuatri-variado con series anuales de consumo de hogares, DTF a 90 días, Deficit/superávit y de la variable construida de riqueza. Por otro lado, se estima el VAR cuatri-variado anterior utilizando las mismas variables pero con frecuencia anual para el sector público no financiero. Un inconveniente usual en la estimación del VAR es la selección del rezago óptimo. Para resolver este problema se tienen 2 aproximaciones: (1) Restricciones de Cross-Ecuación y los criterios de información. Para el caso del Sector Público No Financiero, se estima un VAR (2) con las variables en primeras diferencias¹⁴.

Causalidad de Wiener-Granger

El test de causalidad de Granger sirve para comprobar si los resultados de una variable sirven para predecir a otra variable, adicionalmente con el test de causalidad se puede detectar si la causalidad es de carácter unidireccional o bidireccional; para este propósito se compara si el comportamiento actual y pasado de una serie de tiempo predice la conducta de otra serie¹⁵. Para emplear las pruebas de causalidad en el

¹² Feldstein, M. (1982). “Government Deficits and Aggregate Demand”, Journal of Monetary Economics: considera un problema serio en la estimación es la endogeneidad de la variable de impuestos; esto se debe a que un incremento exógeno en el gasto del consumo tiende a impulsar la demanda agregada en el sentido que incrementa las tasas tributarias, particularmente en ventas y beneficios, lo cual introduce una correlación positiva entre impuestos y gasto en consumo. En este contexto, Feldstein sugiere que este problema de endogeneidad se puede corregir incluyendo una variable instrumental; sin embargo, es cuestionable la validez de dichos instrumentos.

¹³ En el anexo 8 se muestra formalmente la representación VAR.

¹⁴ La estimación y validación de supuestos del VAR (2) se encuentra detallada en el anexo 11.

¹⁵ En el anexo 7 se presenta formalmente el test de causalidad de Granger empleado en este trabajo.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

sentido de Granger, es necesario trabajar con series estadísticas estacionarias; con el fin de evitar relaciones espurias, se utilizaron como rezagos 2 años. Los resultados se muestran en el cuadro 9.

De acuerdo con los resultados, no se tiene evidencia estadísticamente significativa de que exista causalidad unidireccional o bidireccional entre el déficit y el consumo de los hogares, debido a que no se puede rechazar la hipótesis nula a ningún nivel convencional de significancia; por otro lado, tampoco se tiene evidencia estadísticamente significativa de causalidad en el sentido de Granger entre la DTF y el déficit.

Los resultados arrojan evidencia estadísticamente significativa que sugieren causalidad del consumo en el sentido de Granger a la DTF y causalidad de la riqueza en el sentido de Granger al consumo de los hogares.

Cuadro 9
Pruebas de causalidad de Wiener-Granger

Hipótesis nula	Observaciones	Estadístico F	P-Valor
d(DTF) No causa Granger d(Consumo)	22	1.05244	0.37076
d(Consumo) NO causa Granger a d(DTF)		3.47937	0.05412
d(Déficit) No causa Granger d(Consumo)	22	1.86637	0.18503
d(Consumo) No causa Granger d(Déficit)		1.35693	0.28396
d(Riqueza) No causa Granger d(Consumo)	22	6.40664	0.00844
d(Consumo) No causa Granger d(Riqueza)		0.78751	0.47089
d(Déficit) No causa Granger d(DTF)	22	0.04281	0.9582
d(DTF) No causa Granger d(Déficit)		0.24172	0.78793
d(Riqueza) No causa Granger d(DTF)	22	3.25399	0.0636
d(DTF) No causa Granger d(Riqueza)		0.3538	0.70706
d(Riqueza) No causa Granger d(DTF)	22	0.2682	0.76793
d(DTF) No causa Granger d(Riqueza)		1.95744	0.17177

Es de interés testear la causalidad en el sentido de Granger en un contexto multivariado; de esta manera, se pueden determinar relaciones de causalidad entre bloques de variables; de manera paralela al caso bivariado, se puede aplicar el concepto de no causalidad vectorial¹⁶.

Se tiene evidencia estadísticamente significativa de que el consumo, déficit del GNC y riqueza causan en el sentido de Wiener-

¹⁶ En el anexo 9 se muestra formalmente la implementación del test de causalidad de Granger multivariado para el caso en el que el consumo de los hogares no es causado en el sentido de Wiener-Granger por el déficit, DTF ni por la riqueza

Granger a la DTF, y que las series de DTF, Déficit del GNC y riqueza causan en el sentido de Winer-Granger al consumo de los hogares.

Cuadro 10
Pruebas de causalidad de Wiener-Granger en Bloques

Variable dependiente: D(DTF)		Variable dependiente: D(consumo)	
Variabes Incluidas	P-Value	Variabes Incluidas	P-Value
D(CONSUMO)	0.0042	D(DTF)	0.0488
D(DEFC)	0.4263	D(DEFC)	0.1469
D(RIQUEZA)	0.0039	D(RIQUEZA)	0.0006
Total	0.0018	Total	0.0001
Observaciones Incluidas: 22		Observaciones Incluidas: 22	

Variable dependiente: D(déficit)		Variable dependiente: D(Riqueza)	
Variabes Incluidas	P-Value	Variabes Incluidas	P-Value
D(DTF)	0.5643	D(DTF)	0.334
D(CONSUMO)	0.319	D(CONSUMO)	0.1475
D(RIQUEZA)	0.7666	D(DEFC)	0.1625
Total	0.7321	Total	0.2105
Observaciones Incluidas: 22		Observaciones Incluidas: 22	

Función Impulso Respuesta

Luego de validar todos los supuestos, se puede utilizar el análisis de impulso respuesta. La función impulso respuesta muestra la reacción de las variables explicadas ante cambios (*shocks*) en los términos de perturbación de las variables explicativas, la idea es modelar un cambio en una variable en el periodo i y poder analizar cómo este *shock* afectará a la propia variable en cuestión y su transmisión al resto de variables explicativas por medio de la estructura dinámica del VAR.

Para propósitos de examinar la validez de la hipótesis de equivalencia ricardiana, se analizarán los siguientes casos:

$$C_t = \alpha_{11}C_{t-1} + \alpha_{21}C_{t-2} + \alpha_{12}Deficit_{t-1} + \alpha_{22}Deficit_{t-2} + \varepsilon_{1t} \quad (21)$$

$$Deficit_t = \beta_{11}C_{t-1} + \beta_{21}C_{t-2} + \beta_{12}Deficit_{t-1} + \beta_{22}Deficit_{t-2} + \varepsilon_{2t} \quad (22)$$

Un cambio en ε_{1t} modificará de manera contemporánea el valor presente de C_t , pero también puede modificar los valores futuros de C_t y de

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

$Deficit_t$ debido a que se incluyeron los rezagos de orden 1 y 2 de C_t en ambas ecuaciones.

En el caso de que ε_{1t} y ε_{2t} no estén correlacionadas, se puede interpretar la función impulso respuesta de la siguiente manera: ε_{1t} es la innovación para C_t y ε_{2t} es la innovación para $Deficit_t$; la función impulso respuesta de ε_{2t} mide el efecto de una variación en las perturbaciones sobre los valores actuales y futuros del consumo de los hogares y del déficit.

Sin embargo, en la práctica las perturbaciones ε_{1t} y ε_{2t} están correlacionadas, de tal manera que hay un componente común que no se puede atribuir a ninguna variable específica. Por esta razón se puede usar un procedimiento arbitrario en el cual se atribuye el efecto común a la variable que se especifica en el primer lugar del modelo VAR.

En este caso, el componente común de ε_{1t} y ε_{2t} se atribuye totalmente a ε_{1t} (se ubica en la primera posición) y la manera de sustraer este componente común es ortogonalizar los errores con la descomposición de Cholesky, de tal manera que la matriz de covarianzas de las perturbaciones resulte diagonal. Un aspecto de precaución con este procedimiento es que al cambiar el orden de las variables, los resultados de las funciones impulso respuesta pueden variar de manera significativa.

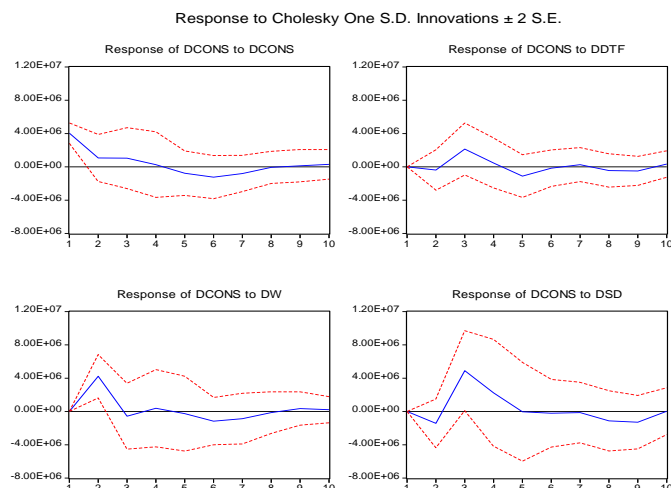
Para interpretar la función impulso respuesta se ordenan las variables de mayor a menor exogeneidad relativa (la teoría de equivalencia ricardiana sugiere como variables exógenas el déficit y como endógenas el consumo) y se transforma el modelo de acuerdo con una matriz deducida del orden de las variables.

La función impulso respuesta para las variables de consumo de los hogares y déficit está dada por el Gráfico 3:

De acuerdo al Gráfico 3, un cambio en el término de perturbación del déficit, ε_{2t} , tendrá un efecto de aproximadamente 8 años sobre los valores futuros del consumo de los hogares, es decir, es un efecto persistente y de gran magnitud (el año 3 tiene un gran pico, luego el efecto del déficit decae paulatinamente).

Además, se analiza la función impulso respuesta entre el déficit y las tasas de interés (DTF). La teoría tradicional sugiere que cuando los gobiernos reducen los impuestos y generan déficits el ahorro nacional disminuye. En una economía cerrada el ahorro nacional debe ser igual a la inversión doméstica, por tanto, la tasa de interés real debería aumentar para poder incrementar el ahorro privado.

Gráfico 3
Función Impulso-Respuesta del consumo de los hogares



En un escenario ricardiano, el déficit presupuestal del gobierno no debe tener efecto sobre el ahorro nacional; por tanto, la tasa de interés real debe permanecer inalterada para garantizar la igualdad entre el ahorro nacional y la inversión doméstica.

$$DTF_t = \alpha_{11}DTF_{t-1} + \alpha_{21}DTF_{t-2} + \alpha_{12}Deficit_{t-1} + \alpha_{22}Deficit_{t-2} + \varepsilon_{1t} \quad (23)$$

$$Deficit_t = \beta_{11}DTF_{t-1} + \beta_{21}DTF_{t-2} + \beta_{12}Deficit_{t-1} + \beta_{22}Deficit_{t-2} + \varepsilon_{2t} \quad (24)$$

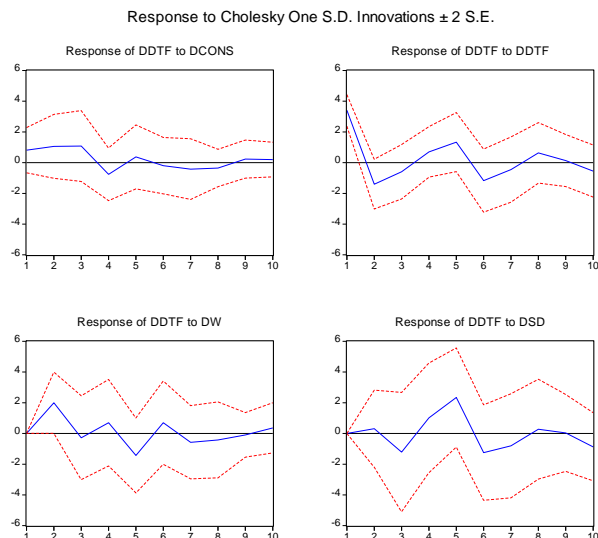
Una innovación en el término de perturbación del déficit tiene un efecto duradero sobre las tasas de interés (aproximadamente de 10 años) y de “alta” magnitud; sin embargo, el análisis de varianza de la descomposición del término de error tiene una proporción importante de la varianza de la DTF, que es explicada por la descomposición del término de error del déficit.

De acuerdo con el Gráfico 4, el déficit presupuestal del gobierno tiene un efecto duradero sobre la tasa de interés, lo cual invalidaría la hipótesis de equivalencia ricardiana en Colombia.

La función impulso respuesta para las variables DTF y déficit está dado por el Gráfico 4:

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Gráfico 4
Función Impulso-Respuesta para la DTF (90 días)



Relaciones de cointegración

La noción de cointegración¹⁷ hace que sean potencialmente significativas las regresiones que comprendan variables $I(1)$. Asumiendo un caso sencillo de dos variables, si hay dos procesos $I(1)$, en particular y_t y x_t , en general $y_t - \beta x_t$ es un proceso $I(1)$ para cualquier número β ; sin embargo, es posible que para algunas $\beta \neq 0$, $y_t - \beta x_t$ sea un proceso $I(0)$, en la medida que tenga media y varianza constantes y que estas no estén correlacionadas asintóticamente. Si existe tal β decimos que las series y y x están cointegradas y denominamos β el parámetro de cointegración.

Mecanismo de Corrección de Error

¹⁷ El estudio de la regresión espuria hace que se deba tener precaución al emplear los niveles de las variables $I(1)$ en el análisis de regresión. Como comenté anteriormente, la diferenciación de variables $I(1)$ antes de emplearlas en modelos de regresión lineal es un método seguro pero por desgracia efectuar la diferenciación de las variables $I(1)$ limita el alcance de predicción y confiabilidad de los resultados que obtenemos.

Estos modelos fueron introducidos por Sargan (1964). El MCE combina la presencia de los niveles de las variables, que recogen las relaciones de largo plazo sugeridas por la teoría económica, junto con las diferencias de dichas variables, que capturan los desajustes de corto plazo.

Granger (1981) muestra, de manera informal, la equivalencia entre un MCE y cointegración: si un conjunto de variables están cointegradas pueden ser modeladas con un MCE, si la especificación del MCE es correcta, existe una relación de cointegración entre las variables.

Formalmente podemos escribir el VAR(2) de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} C_t \\ DTF_t \\ Def/sup_t \\ W_t \end{bmatrix} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} C_{t-1} \\ DTF_{t-1} \\ Def/sup_{t-1} \\ W_{t-1} \end{bmatrix} + \mathbf{A}_2 \begin{bmatrix} C_{t-2} \\ DTF_{t-2} \\ Def/sup_{t-2} \\ W_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{1t} \\ U_{2t} \\ U_{3t} \\ U_{4t} \end{bmatrix}$$

El modelo VAR(2) puede ser re parametrizado como un VECM:

$$\begin{bmatrix} \Delta C_t \\ \Delta DTF_t \\ \Delta Def/sup_t \\ \Delta W_t \end{bmatrix} = \mathbf{\Pi}_0 + \mathbf{\Pi} \begin{bmatrix} C_{t-1} \\ DTF_{t-1} \\ Def/sup_{t-1} \\ W_{t-1} \end{bmatrix} + \mathbf{\Pi}_1 \begin{bmatrix} \Delta C_{t-1} \\ \Delta DTF_{t-1} \\ \Delta Def/sup_{t-1} \\ \Delta W_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{1t} \\ U_{2t} \\ U_{3t} \\ U_{4t} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\mathbf{\Pi} = \alpha\beta'$$

La matriz $\mathbf{\Pi}$ indica la velocidad del ajuste; por tanto, no puede ser nula; en el modelo VECM se constata que si las variables C_t , DTF_t , Def/sup_t y W_t son integradas de orden 1, $I(1)$, todos los componentes que aparecen en el modelo son estacionarios en varianza, excepto el vector que acompaña a la matriz $\mathbf{\Pi}$. Para que este componente sea estacionario es necesario que C_t , DTF_t , Def/sup_t y W_t estén cointegradas, en caso que no se satisfaga esta condición, el modelo VECM no está equilibrado¹⁸, debido a que la única manera de mantenerse el equilibrio es en presencia de cointegración.

El modelo VECM combina la modelización estocástica dinámica a corto plazo con la relación de equilibrio de largo plazo; el vector con las variables en niveles recoge la relación a largo plazo o de cointegración, que se denomina como *Vector de corrección de errores* debido a que será

¹⁸ Una variable estacionaria no puede estar en función de otras variables no estacionarias a menos que estas cancelen mutuamente sus componentes no estacionarios.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

distinto de cero cuando hay algún alejamiento de la relación de equilibrio; las variables en diferencias son estacionarias y explican las relaciones de corto plazo.

Una especificación factible para β' es la siguiente:

$$\beta' = \begin{bmatrix} 1-\theta & 0 \\ 0 & 1-\beta_{22} \end{bmatrix}$$

Una posible especificación para α puede ser:

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{32} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De tal manera que:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{32} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-\theta & 0 \\ 0 & 1-\beta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & -\alpha_{11} & \alpha_{12}-\alpha_{12}\beta_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{32}-\alpha_{32}\beta_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Con la especificación anterior, se corregirán los desajustes en el consumo de los hogares ante desajustes en su velocidad de ajuste con respecto al equilibrio y ante desajustes en las variables fiscales con respecto a su nivel de equilibrio. La estimación del modelo VECM se presenta en el cuadro 11.

Los coeficientes del vector de cointegración normalizan sus valores para que la variable consumo tenga el valor de uno, debido a que es de interés analizar la relación de esta variable con el resto, tanto en el modelo de corto y largo plazo; por esta razón, se ubica la variable consumo en primer lugar.

El vector de cointegración indica una relación positiva entre el consumo y la tasa de interés (lo cual no es la relación esperada) y el déficit (pues se definió el déficit como ingresos menos gastos, entonces el signo negativo del déficit se cancela con el signo negativo del coeficiente), la relación de cointegración o de largo plazo indica que entre mayor sea el déficit del gobierno mayor será el nivel de consumo de los hogares, lo cual invalidaría la HER

Para identificar el número de vectores de cointegración, se pueden aprovechar las ventajas de utilizar el procedimiento máximo verosímil

con información completa de Johansen (1988), donde se puede contrastar de manera simultánea el orden de integración de las variables y la presencia de relaciones de cointegración, entre ellas, sin imponer a priori, que solo hay un vector de cointegración; por otro lado, se tiene la ventaja de que este procedimiento no se ve afectado por la endogeneidad de las variables implicadas en la relación de cointegración¹⁹.

Cuadro 11
Resultados Estimación del modelo de corrección de errores

Variables	Ecuac. cointegración normalizada			
Consumo(-1)	1			
DTF(-1)	2.52E+06 [3.33085]			
SD(-1)	-5.47E+00 [-3.64708]			
W(-1)	-4.23E-01 [-5.49382]			
Constantes	-1.30E+08			

(Corrección de Error)				
	D(CONS)	D(DTF)	D(SD)	D(W)
D(CONS(-1))	-0.113163 [-0.42447]	2.51E-08 [0.12839]	0.023769 [0.13877]	0.462196 [0.70150]
D(DTF(-1))	5.47E+04 [0.19131]	0.004821 [0.02304]	-23545.35 [-0.12827]	814555.8 [1.15353]
D(SD(-1))	-1.82E-01 [-0.32298]	-5.03E-07 [-1.21551]	-0.001559 [-0.00430]	2.848639 [2.04054]
D(W(-1))	2.55E-01 [2.92575]	1.44E-07 [2.25192]	-0.039754 [-0.70878]	0.477391 [2.21265]
Constantes	11290410 [3.25824]	1.90486 [0.75059]	-1306320 [-0.58679]	-8837742 [-1.03199]

Ecuaciones de Cointegración				
	D(CONS)	D(DTF)	D(SD)	D(W)
1	-0.102482 [-2.73029]	-7.66E-08 [-2.78727]	0.013216 [0.54804]	0.187749 [2.02396]

*Estadísticos t en corchetes

De acuerdo con el test de la traza, se sugieren 1 vector de cointegración.

¹⁹ En el anexo 6 se muestra el procedimiento máximo verosímil con información completa de Johansen (1988).

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Cuadro 12

Cointegration Rank Test (Trace)				
Hipótesis Nula	Valor Propio	Estadístico Traza	Valor Critico	P-Valor**
None *	0.809659	75.48556	47.85613	0.0000
At most 1 *	0.714956	37.32997	29.79707	0.0056
At most 2	0.292296	8.462403	15.49471	0.4174
At most 3	0.021956	0.510615	3.841466	0.4749

El Test de la traza indica un vector de cointegración con un nivel de significancia de 0.05

*Denota rechazo de la hipótesis nula a un nivel 0.05

El test de máximo valor propio coincide con el test de la traza, sugiriendo 1 vector de cointegración.

Cuadro 13

Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)				
Hipótesis Nula	Valor Propio	Estadístico Max.		
		Valor Propio	Valor Critico	P-Valor**
None *	0.809659	38.1556	27.58434	0.0015
At most 1 *	0.714956	28.86756	21.13162	0.0033
At most 2	0.292296	7.951788	14.2646	0.3836
At most 3	0.021956	0.510615	3.841466	0.4749

El test de máximo valor propio indica un vector de cointegración

* denota rechazo de la hipótesis nula a un nivel 0.05

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

El procedimiento máximo verosímil de Johansen permite la estimación simultánea de todos los vectores de cointegración sin imponer restricciones sobre el número de vectores de cointegración ni sobre la exogeneidad de las variables. De acuerdo con los test de máximo valor propio y de la traza, se sugiere al menos un vector de cointegración, lo cual indica que existe una relación lineal de equilibrio entre las series, dada por el vector de cointegración. La existencia de un vector de cointegración invalidaría la hipótesis de equivalencia ricardiana en Colombia, pues a largo plazo existiría una relación de equilibrio entre el déficit del gobierno y el consumo de los hogares.

CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos en el modelo reducido, no se tiene evidencia que sostenga que en Colombia hay un efecto de desplazamiento directo del consumo privado de los hogares por la actividad de financiamiento del gasto del sector público, debido a que los resultados obtenidos no son concluyentes; sin embargo, se espera que esta fuente de distanciamiento se deba a las restricciones de liquidez que tienen los agentes. De acuerdo con la especificación de Blanchard, se espera que un 70% de la población colombiana presente estas restricciones. La hipótesis de impotencia fiscal en el caso colombiano es rechazada, es decir, el efecto de un incremento en el gasto público no es equivalente al efecto de una disminución de los impuestos: un aumento en el gasto del gobierno incrementa la demanda agregada.

La metodología de Johansen sugiere al menos un vector de cointegración. Con esta metodología no se tiene evidencia estadística significativa para asumir la hipótesis de equivalencia ricardiana en Colombia como cierta. Esto implica que los consumidores no ven la deuda del gobierno como riqueza neta y en el caso donde el gobierno sustituya la deuda por una disminución de impuestos, este efecto tendrá un impacto positivo sobre la demanda agregada, debido a que el consumo privado aumenta como consecuencia de esta política fiscal expansiva; sin embargo, el ahorro nacional y el privado disminuyen, por tanto la tasa de interés real debe aumentar para anular este efecto, lo cual trae consigo una caída en la inversión y, por consiguiente, en la acumulación de capital en el largo plazo.

El vector de cointegración estimado sugiere que entre mayor sea el déficit del gobierno y entre mayor sea el *stock* de riqueza, menor será el nivel de consumo de los hogares, lo cual invalidaría la hipótesis de equivalencia ricardiana.

Los resultados se deben interpretar con cautela debido a la existencia de restricciones de liquidez y de crédito (comportamiento diferencial en el mercado financiero con referencia a la duración de los créditos y tasas de interés). Estas restricciones son una fuente de distanciamiento de la hipótesis de equivalencia, pues invalida uno de los supuestos de la hipótesis. Esta violación arroja resultados empíricos en contra de la HER en el corto y largo plazo, debido a que en presencia de restricciones de liquidez, los agentes modifican sus planes o sendas de

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

consumo óptimo, reduciendo su consumo corriente para poder tener ahorros por causa de la precaución en presencia de incertidumbre sobre sus ingresos futuros.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Bailey, M., National Income and the Price Level.
2. Barro, R. (1974). "Are Government Bonds Net Wealth?", *Journal of Political Economy*, 82, No. 6
3. Barro, R. (1978). The impact of social security on Private Saving, American Enterprise Institute No. 199.
4. Barro, R. (1989). "The Ricardian Approach to Budget Deficits", *Journal of Political Economy*, 87.
5. Blanchard. (1985). "Debt, Deficit, and Finite Horizons", *Journal of Political Economy*, 93
6. Bernheim, B. (1989). "A Neoclassical Perspective on Budget Deficits", *Journal of Economics Perspectives*.
7. Buchanan, J. (1976). "Barro on the Ricardian Equivalence Theorem", *Journal of Political Economy*, 84, No. 2.
8. Buiter, W. y J. Tobin. (1979) "Debt Neutrality: A Brief Review of Doctrine and Evidence"
9. Carrasquilla, Alberto y Rincón, Hernán (1990). "Relaciones entre déficit público y ahorro privado: Aproximaciones al caso colombiano". Ensayos sobre política económica. (Banco de la Republica)
10. Clavijo, S y Fernandez, J. (1989). "Consumo Privado e Ingreso Permanente: Nueva evidencia para Colombia". Ensayos sobre política económica. (Banco de la Republica)
11. Drazen (1978). "Government Debt, Human Capital and Bequest in a Life-Cycle Model", *Journal of Political Economy*, 86.
12. Evans, P. (1985). "Do Large Deficits Produce High Interest Rates?", *American Economic Review*.
13. Evans, P. (1987). "Interest Rates and Expected Future Deficits in the U.S.", *Journal of Political Economy*.
14. Evans, P. (1989). "Are Consumers Ricardian?: Evidence for the United States", *Journal of Political Economy*, 96, No 5.
15. Feldstein, M. (1982). "Government Deficits and Aggregate Demand", *Journal of Monetary Economics*, 9.
16. Feldstein, M. (1976). "Social Security and Private Savings: International Evidence in an Extended Lyfe-Cycle Model", *The Economics of Public Services*.
17. Frenkel y Razin.(1985). "Government Spending, Debt and International Economic Interdependence", *Economic Journal*, 95.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

18. Frenkel y Razin.(1986). “Fiscal Policy in the World Economy”, *Journal of Political Economy*, 94, No 3.
19. Hall, R. (1978), “Stochastic Implications of the Life Cycle Permanent Income Hypothesis” .JPE
20. Hamilton, James (1994), *Time series Analysis*. Princenton University Press
21. Haque, N. (1988), “Fiscal Policy and Private Saving Behavior in Developing Countries”, *IMF Staff Papers*, 35.
22. Haque, N y Montiehl, P. (1989), “Consumption in Developing Countries: Test for Liquidity Constrains and Finite Horizons”, *The Review of Economics and Statistics*.
23. Hayashi, F. (1982), “ Permanent Income Hypothesis: Estimation and Testing by Instrumental Variables”, *Journal of Political Economy*.
24. Johansen, S. (1988), “Statistical Analysis of Cointegration Vectors”, *Journal of Economics Dynamics and Control*.
25. Kochin (1974), “Are Future Taxes Discounted by Consumers?”, *Journal of Money, Credit and Bank*.
26. Kormendi (1983), “Government Debt, Government Spending and Private Sector Behaviour”, *American Economic Review*.
27. Koskela, E. y Viren, M. (1983): “National debt neutrality: some international evidence”, *Kyklos*, 36, págs. 375-388.
28. Koskela, E. y Viren, M. (1984): “Household saving out of different types of incomerevisited”, *Applied Economics*, 76, págs. 379-396
29. Leiderman y Blejer (1988), “Modeling and Testing Ricardian Equivalence, a Survey”, *IMF staff papers*, 35, No 1.
30. Leiderman and Razin, A. (1988), “Testing Ricardian Neutrality with an Intertemporal Stochastic Model”, *Journal of Money, Credit and Banking*, 20, No 1.
31. Leimer, D. R. y Lesnoy, S. D. (1982): “Social security and private saving: new time serievidence”, *Journal of Political Economy*, 90, págs. 606-629.
32. Liviatan, N. (1982), “Neutrality Government Bonds Reconsidered”, *Journal of Political Economics*, 19, No 2.
33. Lütkepohl, Helmut (2002), “New Introduction to Multiple Time Series Analysis”. Springer
34. Mankiw, N.G. and J.A. Miron, 1986, The changing behavior of the term structure of interest rates,*Quarterly Journal of Economics* 101, 211-228.

35. Marchante, A. (1992): "Consumo privado y gasto público: teoría y evidencia empírica", Departamento de Economía Aplicada (Estructura Económica), Universidad de Málaga, Málaga.
36. Modigliani, F. ; Jappelli y Pagano (1985): "The impact of fiscal policy and inflation on national saving: the Italian case", Banca Nazionale del Lavoro, Quarterly Review, Junio, págs. 91-126.
37. Modigliani, F. y Sterling, A. (1986): "Government debt, government spending and private sector behaviour: a comment", American Economic Review, 76, págs. 1168-1179.
38. Perelman, Sergio and Pierre PESTIEAU (1993), "The Determinants of the Ricardian Equivalence in the OCDE Countries", in Verbon and Winden (eds.) (1993), 181-194.
39. Plosser, C.I., 1982, Government financing decisions and asset returns, Journal of Monetary Economics 9, 325-352.
40. Plosser, CL, 1987, Fiscal policy and the term structure, Journal of Monetary Economics, this issue.
41. Poterba, James, and Lawrence SUMMERS (1987), "Finite Lifetimes and the Effects of Budget Deficits on National Saving", Journal of Monetary Economics, 20 (September), 369-91.
42. Raymond, J. L. (1990): "El ahorro en la economía española", Documento del Trabajo No 65, Fundación FIES, Madrid.
43. Raymond, J. L. y González Paramo, J. M. (1987): "¿Son equivalentes deuda pública e impuestos?: teoría y evidencia", Papeles de Economía Española, 23, págs. 365-390
44. Rowe, T.D., T.A. Lawler and T.Q. Cook, 1986, Treasury bill versus private money market yield curves, Federal Reserve Bank of Richmond Economic Review 72/4, 3-12.
45. Sarantis, N. (1985): "Fiscal policies and consumer behaviour in Western Europe", Kyklos, 38, Fasc. 2, págs. 233-248.
46. Seater, John J. (1993), "Ricardian equivalence", Journal of Economic Literature, 31 (1), 142-190.
47. Seater, J. J. (1982): "Are future taxes discounted?", Journal of Money, Credit and Banking, 14, págs. 376-389.
48. Seater, J.J., 1985, Does government debt matter? A review, Journal of Monetary Economics 16, 121-132.
49. Seater, J.J. and R.S. Mariano, 1985, New tests of the life cycle and tax discounting hypotheses, Journal of Monetary Economics 15, 195-216
50. Sargent, Thomas. 1989 Expectativas racionales e inflación. Editorial Alianza, Madrid.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

51. Tanner, E. J. (1979): “Fiscal policy and consumer behaviour”,
The Review of Economics and Statistics, LXI, 2, Mayo, págs.
317-321.
52. Tobin, James. (1980). Acumulación de activos y actividad
económica, Madrid.

ANEXO 1
MODELO BÁSICO DE BARRO (1974)

Uno de los propósitos de Barro (1974) es evaluar de manera formal cuál puede ser el impacto de la política fiscal vista como una sustitución de deuda por impuestos sobre la demanda agregada. El punto clave de Barro es apoyarse en Ricardo para evaluar si las modificaciones en la estructura de financiamiento tienen un impacto sobre la demanda agregada vía consumo. Las principales críticas que recibió Barro parten del hecho de que la vida de los individuos tiene un horizonte temporal más pequeño que el pago de intereses y amortización de los bonos de deuda pública, lo cual hace que en efecto los bonos del gobierno sean riqueza para los agentes, ya que el peso de la deuda se transfiere a las generaciones futuras.

Otra de las grandes críticas que revisamos en el marco teórico es la existencia de restricciones de crédito e imperfecciones en los mercados de capitales; por tanto, Barro se propone demostrar que a pesar de estas fuertes críticas no se pueden considerar los bonos del gobierno como riqueza, incluso en presencia de *ilusión fiscal*.

A partir del modelo básico de Barro se pretende analizar las relaciones del consumo de varias generaciones con respecto a las variables fiscales, específicamente con los bonos de deuda pública. El argumento de Barro se sostiene siempre que haya una transferencia o una herencia de los ahorros de las generaciones pasadas, caso en el cual tendríamos una independencia entre el consumo de diferentes generaciones con respecto a los bonos de deuda pública. Para dar una breve reseña del modelo de Barro vamos a hacer el modelo sin deuda pública y con deuda pública. La idea central de la propuesta de Barro es examinar los determinantes e implicaciones de las herencias y sus resultados dependiendo de si hay o no deuda pública.

a) Modelo sin deuda pública

Barro asume que hay dos individuos y cada uno de ellos puede vivir dos periodos: cuando es joven, j y cuando es viejo v . Se asume por simplicidad que cada generación tiene el mismo número de individuos y todos tienen los mismos gustos y preferencias; un supuesto razonable es que únicamente los miembros que pertenecen a la generación de los jóvenes trabajan y reciben un salario que Barro denota como w .

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Entendido la anterior, la ecuación que representa la restricción presupuestal para la generación 1 de viejos es:

$$(1B) A_1^j + A_0^v = C_1^v + (1 - r)A_1^v$$

Donde A son los activos financieros, A_1^j son los activos acumulados por la generación 1 de viejos cuando era joven, A_0^v son los activos de la generación 1 de viejos que recibieron como herencia de la generación anterior, A_1^v es la provisión que esta generación va a heredar a la futura generación y rA_1^v son los intereses o el rendimiento que tendrá la herencia que recibirá la próxima generación. La restricción presupuestal de la generación 1 de viejos se puede reescribir como sigue:

$$(2B) A_1^j + A_0^v + rA_1^v = C_1^v + A_1^v$$

Como vemos, la parte izquierda muestra los activos y recursos de la generación vieja y el lado derecho muestra los posibles usos que tienen los agentes de la generación 1 de viejos, consumo de la primera generación vieja, C_1^v y la herencia que les va a asignar a las generaciones futuras, A_1^v .

Luego, Barro define la restricción presupuestal para la generación 2 de jóvenes: como vimos en los supuestos, estos reciben un salario w , por tanto la restricción queda de la siguiente manera:

$$(3B) w = C_2^j + (1 - r)A_2^j$$

Podríamos reescribir la restricción presupuestal para ver la diferencia entre los ingresos que tienen la generación 2 de jóvenes y los posibles usos que pueden hacer con sus ingresos:

$$(4B) w + rA_2^j = C_2^j + A_2^j$$

En el lado izquierdo encontramos los ingresos de la generación joven que es el salario w y los intereses que reciben por los ahorros que tienen rA_2^j ; al lado derecho vemos los usos que son el consumo C_2^j y el ahorro A_2^j .

La restricción presupuestal para la generación 2 de viejos es similar a la restricción de la generación 1 de viejos. Es decir, tenemos:

$$(5B) A_2^j + A_1^v = C_2^v + (1 - r)A_2^v$$

El trabajo de Barro depende directamente del principio de altruismo, donde los agentes racionales y maximizadores de su utilidad saben que la emisión de bonos de deuda pública por parte del gobierno debe ser pagada o financiada por generaciones futuras; el altruismo radica en el hecho de que estos agentes no desean perjudicar a las futuras generaciones; por tanto, no aumentan su consumo en el periodo actual y ahorran para transferir, mediante herencias el impulso fiscal que les dio el gobierno. De esta manera, Barro sostiene que la emisión de bonos por parte del gobierno no es concebido como riqueza para los agentes, ya que estos anticipan que se deben aumentar los recaudos tributarios a generaciones futuras.

En este sentido, la transferencia o herencia que la generación i va a transmitir a la generación $i + 1$ se sustenta en el altruismo (aunque Barro enfatiza que no es el altruismo sino que basta con que las generaciones se encuentren ligadas por algún tipo de transferencia); para sustentar, esto Barro sostiene que la función de utilidad de la generación i depende de la utilidad de la generación $i + 1$: formalmente modelamos la función de utilidad de un miembro de la generación i como una función que depende de su consumo en los dos periodos (cuando es joven y cuando es viejo) y de la utilidad que podría llegar a alcanzar sus descendientes:

$$(6B) U_i = f(C_i^j, C_i^v, U_{i+1}^*)$$

Barro plantea un problema de optimización en el que cada miembro de la generación i maximiza U_i sujeto a las restricciones (1B) a (5B).

Como se mencionó antes, la generación 1 va a provisionar una herencia para la generación 2 dependiendo de A_1^v y como es el impacto o dependencia de U_2^* con U_1 . La solución a este problema de optimización para la generación 1 de viejos son dos funciones que dependen de:

$$C_1^v = g(A_1^j + A_0^v, w, r)$$
$$A_1^v = \frac{1}{1-r} (A_1^j + A_0^v - C_1^v) = h(A_1^j + A_0^v, w, r)$$

Análogamente podemos encontrar una solución para los miembros de las generaciones futuras:

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

$$\begin{aligned}C_2^j &= J(A_1^v, w, r) \\A_2^j &= N(A_1^v, w, r) \\C_2^v &= g_1(A_2^j + A_1^v, w, r) \\A_2^v &= h_1(A_2^j + A_1^v, w, r)\end{aligned}$$

Para finalizar, el modelo Barro asume una función de producción con rendimientos constantes a escala, donde cada factor de producción se iguala con su productividad marginal; por otro lado, la tasa de interés del modelo se obtiene igualando la oferta y la demanda de activos. De esta manera, tenemos:

$$(7B) K(r, w) = A_1^v + A_2^j$$

Con los supuestos mencionados, Barro muestra que el producto de la economía está determinado de la siguiente manera:

$$(8B) y = rK + w$$

Con las restricciones presupuestales de los miembros de la generación 2 de jóvenes y de viejos y con (7B) y (8B) Barro muestra la condición de equilibrio del modelo:

$$(9B) C_1^v + C_2^j + \Delta K = y$$

Donde ΔK denota la variación en el *stock* de capital, el valor de ΔK puede ser cero en estado estable.

b) Modelo con deuda pública

La intención de Barro es examinar en detalle el impacto de las provisiones y herencias de la generación i cuando introducimos en el modelo los bonos del gobierno.

Barro asume por simplicidad que los bonos que emite el gobierno tienen un vencimiento en un periodo, pagan una tasa de interés de rB en el periodo actual y el principal del bono B en el siguiente periodo.

Luego Barro hace un supuesto cuestionable y es que los bonos del gobierno se reparten únicamente a la generación 1 de viejos como una *transferencia* o *herencia* del gobierno a esta generación. Se asume que esta transferencia surge al iniciar el periodo y son *bonos caídos de un Helicóptero*.

Como se debe financiar los intereses futuros de los bonos y el pago del principal, Barro supone que el pago de intereses se financia con impuestos cobrados a la generación de jóvenes 2 y el principal se paga al iniciar el siguiente periodo con tributos a la generación de viejos 2. De acuerdo con estos argumentos, la restricción presupuestal para la generación 1 se define como:

$$(10B) A_1^j + A_0^v + B = C_1^v + (1 - r)A_1^v$$

Donde B son los bonos del gobierno y estos pueden ser utilizados para consumo o para aumentar la transferencia o herencia de activos a la siguiente generación.

Análogamente, la restricción presupuestal para la generación 2 de jóvenes es:

$$(11B) w = C_2^j + (1 - r)A_2^j + rB$$

En la restricción de la generación 2 de jóvenes vemos implícitos los impuestos que deben pagar por los intereses de los bonos emitidos por el gobierno. Siguiendo los supuestos de Barro, la generación 2 de viejos debe amortizar el principal de los bonos, por tanto la restricción presupuestal de la generación 2 cuando son viejos es:

$$(12B) A_2^j + A_1^v = C_2^v + (1 - r)A_2^v + B$$

Donde B muestra el impuesto que se necesita para pagar el principal del bono, las dos restricciones pueden combinarse para obtener una restricción presupuestal de dos periodos:

$$(13B) w + (1 - r)A_1^v - B = C_2^j + (1 - r)C_2^v + (1 - r)^2 A_2^v$$

La ecuación (13B) se obtiene eliminando de (11B) y (12B) a A_2^j ; esta ecuación muestra que la utilidad alcanzable para un agente que pertenece a la generación 2 tiene la siguiente forma:

$$U_2^* = f_2^*[(1 - r)A_1^v - B, w, r]$$

Para encontrar una solución al modelo, es necesario resolver el problema de maximización y encontrar una herencia óptima que los miembros de

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

la generación 1 van a transferir a los miembros de la generación 2; naturalmente, la herencia óptima depende de la maximización de la utilidad de la generación 1, la cual depende de la máxima utilidad alcanzable por los miembros de la generación 2.

Barro afirma que si se mantiene este comportamiento, las variables C_1^v , C_2^j , C_2^v y A_2^v no tienen ninguna variación. Su análisis es el siguiente: si por alguna razón aumenta la deuda del gobierno, estos anticipan este hecho incrementando la herencia o transferencia. La otra forma en la cual los agentes pueden reaccionar es aumentando su nivel de consumo; de esta manera, su utilidad presente aumenta pero esto implica una disminución en la transferencia a la generación futura, lo cual disminuye la utilidad de la generación 2. Debido al supuesto que propone Barro, las funciones de utilidad están conectadas de manera intertemporal, lo cual disminuye la utilidad de la generación 1.

Una implicación importante de este modelo es que independientemente de las variaciones en la deuda se compensan para mantener inalterada la herencia o transferencia que la generación 1 va a otorgar a la generación 2; de esta manera, la utilidad alcanzada por los miembros de cualquier generación permanecerán constantes.

Posteriormente, Barro analiza los efectos que puede tener la emisión de bonos sobre la tasa de interés, en concreto si retomamos la ecuación de equilibrio en el mercado de activos, donde se iguala oferta y demanda de activos, tenemos la siguiente igualdad:

$$(14B) \quad K(w, r) + B = A_1^v + A_2^j$$

Barro asume que los bonos del gobierno son sustitutos perfectos del capital, por tanto una variación en B tiene como consecuencia un aumento en la oferta de activos; sin embargo, si detallamos la restricción presupuestal para la generación de viejos 1, vemos que la herencia o transferencia de estos a la generación 2 debe incrementarse en $\frac{1}{1-r}$ veces la variación en B y de esta manera tenemos que la transferencia o herencia se podrá mantener constante en el tiempo.

Si se cumplen los supuestos que Barro plantea, C_2^j no tiene por qué afectarse cuando hay una emisión de deuda. Ahora bien, si retomamos la ecuación (11B), tenemos que si aumenta rB , que son los impuestos que se deben cancelar para cubrir los intereses de la deuda, esto implica que los activos que acumularía la generación 2 de jóvenes disminuyen en la cuantía $\frac{r}{1-r}$ veces el cambio en B .

La ecuación (14B) implica que si aumenta la emisión de deuda por parte del gobierno, la demanda de activos también aumenta en la misma proporción, manteniendo inalterada la tasa de interés; luego, el mercado de bienes y servicios se mantendría inalterado.

Con este modelo, Barro obtiene los siguientes resultados:

- Las variaciones en la deuda pública no generan variaciones en las decisiones de consumo incluso si los agentes tienen vida finita.
- Una condición suficiente más no necesaria para que los cambios en la deuda no tengan impacto sobre los planes de consumo, y por tanto sobre la demanda agregada, es que cada generación esté conectada por medio de las transferencias o herencias.
- Barro sugiere que no hay argumentos teóricos suficientemente válidos para concebir la deuda del gobierno como riqueza para los agentes; de esta manera sugiere que el modo por el cual el gobierno financia su gasto es totalmente neutro.

ANEXO 2

Ejemplo numérico de equivalencia ricardiana

Para entender numéricamente el Teorema de la Equivalencia Ricardiana, supongamos que la restricción presupuestal del gobierno se ha mantenido en equilibrio en los periodos anteriores. Ahora supongamos que no existe deuda acumulada y que los recaudos tributarios son de $t = \$500$. Ahora bien, supongamos que en el primer año, el gobierno decide dar un estímulo a los agentes disminuyendo los tributos a la mitad y para conceder este estímulo se propone una emisión de bonos que paguen una tasa de interés del 10% anual; por simplicidad supongamos que estos bonos se vencen en el año 4, naturalmente el estímulo tributario es únicamente en el año 1, por tanto en el año 2 se restablece la política tributaria.

Como los bonos se vencen en el año 4, en dicho año el gobierno debe pagar la deuda acumulada. Teniendo en cuenta estos supuestos analicemos el siguiente cuadro:

		AÑO			
		1	2	3	4
A	Gasto público	500	500	500	500
B	Pago de intereses	0	10	10	10

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

A+B	Gasto total	500	510	510	510
C	Impuestos	250	500	500	500
D	Impuestos adicionales	0	10	10	260
	1. Intereses	0	10	10	10
	2. Amortización bonos	0	0	0	250
C+D	Impuesto total	250	510	510	760
A-(C+D)	Déficit primario	250	-10	-10	-260
E	Deuda	250	250	250	0

Suponiendo una condición de equilibrio intertemporal, es decir, suponiendo que el gobierno puede pagar sus pasivos en el año 4 mediante impuestos adicionales que puedan pagar los intereses de la deuda y la amortización de los bonos, encontramos los siguientes resultados:

Los impuestos adicionales que se recaudaron para pagar los intereses de la deuda y la amortización del bono (años 2 a 4) son iguales que la reducción de impuestos en el año 1 (en valor presente).

$$\text{Valor presente } T = \frac{10}{1.10} + \frac{10}{(1.10)^2} + \frac{260}{(1.10)^3} = 250$$

Como vemos con el resultado anterior, no hubo una reducción de tributos sino que se aplazó su cobro; por tanto, el gobierno lo que hizo fue otorgar un crédito que cobra en los siguientes 3 años a una tasa de interés igual a la tasa de rendimiento de los bonos de deuda.

Por otro lado, si calculamos el monto total de pago de tributos que pagaron los agentes, vemos que, en valor presente, este monto es exactamente igual al gasto público del gobierno. Si calculamos en valor presente los tributos pagados por los agentes encontramos que:

$$\text{Valor presente } TT = 250 + \frac{510}{1.10} + \frac{510}{(1.10)^2} + \frac{760}{(1.10)^3} = 1706.12322$$

Si calculamos en valor presente el gasto del gobierno, encontramos que:

$$\begin{aligned} \text{Valor presente } G &= 200 + \frac{500}{1.10} + \frac{500}{(1.10)^2} + \frac{500}{(1.10)^3} \\ &= 1706.12322 \end{aligned}$$

Como vemos, siempre se va a pagar con impuestos el gasto del gobierno independientemente de cuál haya sido el mecanismo de financiación.

Teniendo en cuenta los argumentos de Ricardo, podemos ver que los déficits primarios de largo plazo son iguales a cero.

$$VP \text{ déficit} = 250 - \frac{10}{1.10} - \frac{10}{(1.10)^2} - \frac{260}{(1.10)^3} = 0$$

Si realizamos un ejercicio similar al anterior pero modificado, es decir, si en lugar de reducir a la mitad los impuestos, y mantenemos la política fiscal equilibrada y financiando su gasto con deuda, tendremos los mismos resultados; por tanto, los métodos de financiamiento de gasto público son equivalentes.

Un supuesto implícito en la hipótesis de equivalencia ricardiana y que no siempre se tiene en cuenta es que la tasa a la cual se descuentan los flujos esperados debe ser exactamente la misma que la tasa de interés de la deuda del gobierno; en el caso en el que los agentes tengan una tasa de descuento diferente a la de la deuda del gobierno para descontar los flujos futuros de impuestos y amortizaciones de los bonos, invalidaría el teorema.

Si en lugar de utilizar una tasa de interés del 10% anual, utilizamos una tasa del 15% (o cualquier otra tasa superior al 10%), el valor presente de los impuestos es:

$$Valor \text{ presente } T = \frac{10}{1.15} + \frac{10}{(1.15)^2} + \frac{260}{(1.15)^3} = 187.21$$

Como se puede ver, los impuestos adicionales en valor presente son menores que la reducción inicial de impuestos; por otro lado, el monto del gasto público en valor presente es mayor que el valor presente de los impuestos; en este sentido, la restricción presupuestal del gobierno no permanece en equilibrio, invalidando la hipótesis de equivalencia.

Si examinamos el déficit primario a largo plazo, tenemos lo siguiente:

$$VP \text{ déficit} = 250 - \frac{10}{1.15} - \frac{10}{(1.15)^2} - \frac{260}{(1.15)^3} = 62.79$$

Con el ejercicio numérico anterior se puede visualizar que entre mayor sea la tasa de descuento a la tasa de interés que redimen los bonos del gobierno, que las estrategias de financiamiento entre impuestos y deuda no son equivalentes. Puntualmente tenemos que entre mayor sea la tasa de descuento, los impuestos adicionales en valor presente serán menores

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

a la reducción de impuestos inicial, el valor presente del déficit primario es mayor que cero. Análogamente, entre menor sea la tasa de descuento, los impuestos adicionales serán mayores con respecto a la reducción inicial de impuestos y el valor presente del déficit primario será menor que cero.

ANEXO 3

Una presentación simple de la hipótesis de equivalencia ricardiana

Una manera sencilla de mostrar formalmente las implicaciones de la equivalencia ricardiana es reducir el modelo intertemporal de decisiones consumo-ahorro-inversión a un horizonte de dos periodos. Los resultados no cambian sustancialmente si se adopta la estrategia de extender el horizonte de tiempo a vidas infinitas. Se parte, como siempre, de la existencia de un agente representativo. Sin pérdida de generalidad, se asume que las decisiones de producción y consumo se realizan en el seno del hogar, es decir, por ahora no se separa a los hogares y las empresas. El hogar tiene unas preferencias que se representan por una función de utilidad separable en el tiempo:

$$U = U(C_1) + \frac{1}{1 + \rho} U(C_2)$$

C_1 es el consumo en el primer periodo, C_2 en el segundo periodo, ρ es la tasa de descuento intertemporal. La función $U(\cdot)$ tiene las propiedades conocidas, utilidad marginal positiva y decreciente en cada uno de sus argumentos. El hogar produce el bien Q_1 en el primer periodo y Q_2 en el segundo periodo, utilizando dos factores productivos, capital (K) y trabajo. Por tanto, existe una función de producción, $Q = Q(K, L)$ con rendimientos constantes a escala y decrecientes en cada factor productivo. Existe un mercado de crédito privado, donde los agentes pueden prestar y pedir prestado todo lo que quieran a la tasa de interés r . Ello les permite suavizar sus decisiones de consumo a lo largo del tiempo. El gobierno cobra a cada hogar un impuesto t_1 y t_2 en el primer y segundo periodo, respectivamente. El impuesto es no distorsionador. No existen herencias ni deudas del pasado. Las restricciones del hogar son las siguientes:

El ahorro en el primer periodo S_1 será:

$$S_1 = Q_1 - t_1 - C_1 = B_1 + I_1$$

El ahorro en el segundo periodo es cero, por lo cual podemos escribir la restricción presupuestal como:

$$C_2 = Q_2 - t_2 + (1 + r)B_1$$

Combinando las dos expresiones, obtenemos la restricción presupuestal intertemporal del hogar:

$$C_1 + \frac{C_2}{1 + r} = Q_1 - t_1 - I_1 + \frac{Q_2 - t_2}{1 + r}$$

Es decir, el valor presente del consumo debe ser exactamente igual al valor presente del ingreso neto de impuestos y del gasto de inversión en el periodo 1. El problema del consumo consiste en maximizar su función objetiva, sujeta a su restricción presupuestal intertemporal. Para ello, el hogar debe determinar su patrón de consumo óptimo y el gasto en inversión. El problema se puede resolver fácilmente. A partir del principio de separación de las decisiones de consumo-ahorro e inversión, la respuesta se obtiene a partir de dos pasos: primero, el consumidor-productor determina el nivel de inversión que maximiza su riqueza, es decir, el valor de I_1 que hace máximo el valor presente de sus ingresos presentes y futuros netos de impuestos. El problema se plantea de la siguiente manera:

$$\text{Max}_{I_1} W = Q_1 - t_1 - I_1 + \frac{Q_2 - t_2}{1 + r}$$

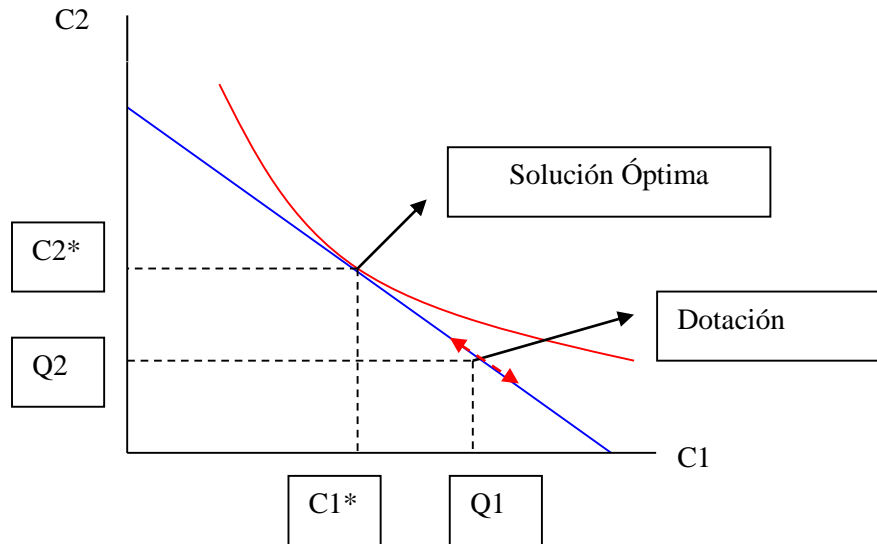
La condición de primer orden del problema es sencilla: el productor-consumidor aumentará sus unidades de capital hasta el punto en el cual el producto marginal de la última unidad de capital sea igual al costo de uso del capital. En términos formales:

$$PMK = 1 + r$$

En este caso, se deduce que la tasa de depreciación es igual a 1. En modelos de varios periodos, por supuesto, la tasa de desgaste del capital es menor que 1. Una vez el productor determina su nivel de gasto en capital óptimo, quedan determinados, Q_1 y Q_2 y la restricción presupuestal se puede graficar en el espacio (C_1, C_2) de manera convencional. El segundo paso consiste en maximizar la función de

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

utilidad sujeto a la restricción presupuestal. Para ello, se requiere encontrar la curva de indiferencia más alta que sea tangente a la restricción obtenida en el paso 1. Estos se muestran en el Gráfico 1



El gobierno determina realizar un nivel de gasto público igual a G_1 y G_2 en el periodo 1 y 2, respectivamente. Como existen N hogares productores, entonces, los ingresos tributarios serán $T_1 = N * t_1$ y $T_2 = N * t_2$. Las restricciones del gobierno serán las siguientes:

Restricción del gobierno primer periodo

$$G_1 - T_1 = B_1$$

Restricción del segundo periodo

$$T_2 = G_2 + (1 + r)B_1$$

Combinando las dos expresiones, obtenemos la restricción intertemporal del gobierno:

$$G_1 + \frac{G_2}{1 + r} = T_1 + \frac{T_2}{1 + r}$$

Esta expresión se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{1}{N} \left(G_1 + \frac{G_2}{1+r} \right) = t_1 + \frac{t_2}{1+r}$$

Reemplazando en la restricción presupuestal del productor-consumidor, tenemos:

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = Q_1 - I_1 + \frac{Q_2}{1+r} - \frac{1}{N} \left(G_1 + \frac{G_2}{1+r} \right)$$

Es decir que la restricción presupuestal del agente no depende del patrón de los impuestos ni de la deuda pública, sino únicamente de la trayectoria del gasto gubernamental. Por tanto, si el gobierno cambia su política de financiamiento del gasto, ya sea reduciendo sus impuestos en el presente y emitiendo deuda, ello no afecta las decisiones de consumo-inversión de los hogares, lo que hace que la forma como el gobierno financie su gasto sea neutral. El efecto se puede mostrar en el Gráfico 1. Un cambio en los patrones de impuestos o endeudamiento del gobierno simplemente desplazan el punto de dotación, como lo muestran las flechas punteadas pero no afecta la decisión óptima de consumo del hogar, por lo cual el desahorro del gobierno se compensa por el ahorro del hogar, dejando la tasa de interés y la inversión inalteradas

ANEXO 4

Hipótesis de equivalencia ricardiana utilizando ecuaciones de Euler

La hipótesis ricardiana de neutralidad de la deuda sostiene que el impacto de la política fiscal sobre la economía depende únicamente del monto y la composición del gasto y no de la forma como se financio dicho gasto. Considerando las expectativas de los agentes, existe una *equivalencia* si el gobierno financia el gasto con impuestos o con emisión de deuda.

El planificador central²⁰ busca maximizar la siguiente función de utilidad:

$$\sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \ln C_{t+s} \quad (1)$$

²⁰ El planificador central elige una combinación de consumo para cada periodo de tal manera que maximice el bienestar de cada familia periodo a periodo, asumimos que el planificador central conoce la función de utilidad de todos los agentes.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Donde $\beta = \frac{1}{1+r}$ y esta es la tasa intertemporal de descuento, tomemos el producto de la economía como dado y supongamos que el gobierno financia su gasto con impuestos al consumo, t_t (son de suma fija) o con deuda.

Si asumimos por simplicidad el caso de una economía cerrada, la identidad de ingreso nacional puede ser escrita de la siguiente manera:

$$y_t = c_t + g_t \quad (2)$$

Siguiendo a Barro, la hipótesis ricardiana de neutralidad de la deuda se deriva de la restricción presupuestaria del gobierno, donde se igualan los gastos del gobierno en un periodo específico y el pago de intereses de la deuda pública en ese periodo con los ingresos que obtiene el gobierno en ese periodo. De esta manera obtenemos la siguiente ecuación:

$$\Delta b_{t+1} + T_t = g_t + r b_t \quad (3)$$

Como los impuestos deben ser de suma fija²¹, asumamos que $T_t = t_t c_t$. Con estas restricciones podemos reescribir la identidad del ingreso nacional de la siguiente manera:

$$(4) y_t = (1 + t_t)c_t + r b_t - \Delta b_{t+1}$$

El problema del planificador central es:

$$L = \sum_{s=0}^{\infty} \{ \beta^s \ln c_{t+s} + \lambda_{t+s} [y_{t+s} - (1 + t_{t+s})c_{t+s} - r b_{t+s} + \Delta b_{t+s+1}] \}$$

Las condiciones de primer orden del problema de maximización son:

$$\frac{\partial L}{\partial c_{t+s}} = \beta^s \frac{1}{c_{t+s}} - \lambda_{t+s}(1 + t_{t+s}) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_{t+s}} = \lambda_{t+s}(1 + r) - \lambda_{t+s-1} = 0 \quad (6)$$

Resolviendo (5) y (6) para $s = 0$, tenemos:

²¹ Una restricción que opera en la economía es que en cada periodo no se puede consumir más de la dotación disponible; es decir, tenemos asignaciones factibles.

$$\frac{1}{C_t} = \lambda_t(1 + t_t) \quad (7)$$

$$(8)\lambda_t(1 + r) = \lambda_{t-1}$$

Resolviendo (5) y (6) para $s = 1$, tenemos:

$$\beta \frac{1}{C_{t+1}} = \lambda_{t+1}(1 + t_{t+1}) \quad (9)$$

$$\lambda_{t+1}(1 + r) = \lambda_t \quad (10)$$

Con (7), (8), (9) y (10) podemos obtener la ecuación de Euler:

$$\frac{\beta C_t}{C_{t+1}} \left(\frac{1 + t_t}{1 + t_{t+1}} \right) (1 + r) = 1 \quad (11)$$

Como $\beta = \frac{1}{1+r}$, entonces tenemos que:

$$\frac{C_t}{C_{t+1}} \left(\frac{1 + t_t}{1 + t_{t+1}} \right) = 1 \quad (12)$$

Seguindo a Barro, si el consumo de los agentes depende del valor presente de los tributos que deben pagar durante todo su horizonte de vida, estos deben sustraer de sus ingresos los impuestos actuales y los impuestos futuros; si estos dos valores coinciden $t_t = t_{t+1}$, el consumo presente no se verá afectado $C_t = C_{t+1}$; como vemos en caso de equivalencia ricardiana si sustituimos déficit público por impuestos no vamos a tener un impacto sobre la demanda agregada, porque $C_t = C_{t+1}$.

De la restricción presupuestal del gobierno (3), si despejamos b_t y reemplazando $T_t = t_t c_t$, obtenemos:

$$b_t = \frac{1}{1+r} [b_{t+1} + t_t c_t - g_t] \quad (13)$$

Si resolvemos recursivamente la ecuación (13), tenemos:

$$b_t = \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{s+1} [b_{t+s} + t_{t+s} c_{t+s} - g_{t+s}] \quad (14)$$

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Barro sostiene que la deuda pública debe pagarse al final del periodo; por tanto, es razonable asumir la siguiente condición de transversalidad:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{s+1} b_{t+s} = 0 \quad (15)$$

En efecto con la condición de transversalidad tenemos que las deudas tarde o temprano deben pagarse; por tanto, los ingresos del gobierno deben ser iguales a los gastos, es decir, si en algún periodo se reducen los impuestos, se debe contrarrestar este efecto con un aumento de los tributos futuros; si asumimos que el presupuesto del gobierno está balanceado, esto implica que el nivel inicial de deuda es cero, por tanto reescribimos (14) de la siguiente manera:

$$0 = \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{s+1} [t_{t+s}c_{t+s} - g_{t+s}] \quad (16)$$

De acuerdo con la ecuación de Euler, (12), tenemos la siguiente igualdad:

$$C_t(1 + t_t) = C_{t+1}(1 + t_{t+1})$$

Luego, si despejamos $C_t t_t$ de la ecuación de Euler y lo reemplazamos en (16), tenemos:

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{s+1} [C_{t+s+1}(1 + t_{t+s+1}) - C_{t+s} - g_{t+s}] \quad (17) \\ &= \frac{1}{1+r} \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^s [C_{t+s+1}(1 + t_{t+s+1})] - \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{s+1} (C_{t+s} + g_{t+s}) \\ &= \frac{1}{1+r} \left(\frac{1+r}{r} \right) [C_{t+1}(1 + t_{t+1})] - \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{s+1} (C_{t+s} + g_{t+s}) \end{aligned}$$

Luego:

$$C_{t+1}(1 + t_{t+1}) = \frac{r}{1+r} \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^s (C_{t+s} + g_{t+s}) \quad (18)$$

Como el gobierno debe mantener su restricción presupuestal equilibrada, tenemos la siguiente condición:

$$g_t = T_t = t_t c_t$$

Entonces podemos re expresar la ecuación (18) como:

$$C_{t+1} + g_{t+1} = r \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{s+1} (C_{t+s} + g_{t+s})$$

Si hay un incremento en g_{t+1} , esto implica una reducción del consumo C_{t+s} debido al incremento en la tasa de tributos para financiar dicho aumento en el gasto público. Suponiendo que el gobierno mantiene su restricción presupuestal equilibrada, bajo un esquema de ausencia de Ponzi Games, la única manera de financiar el gasto público es con impuestos; de esta manera vemos que el trabajo de Barro según el cual bajo ciertas condiciones si el gobierno financia su déficit con deuda o con impuestos esta financiación no tiene un impacto sobre la demanda agregada, la palabra *equivalencia* se refiere a que es equivalente mantener un presupuesto equilibrado (recaudar impuestos) o tener un déficit financiado con deuda, cuando el gobierno sustituye deuda por tributos el consumo y la riqueza de los agentes no se ve alterada.

Introduciendo valores esperados condicionados, tenemos que: $E_t(C_{t+1}) = C_t$ y que $E_t(g_{t+1}) = g_t$. Asumiendo la hipótesis de Hall (1978), tenemos que el consumo sigue un paseo aleatorio, $C_t = C_{t-1} + e_t$; por otro lado, se puede corroborar empíricamente que el gasto del gobierno nacional central sigue un proceso como este: $g_t = \alpha + g_{t-1} + u_t$; por tanto, aplicando valores esperado condicionados y utilizando las especificaciones mencionadas anteriormente, podemos re expresar la ecuación 18 como:

$$C_t + g_t = \bar{\mu} + \frac{r^2}{1+r} [C_{t-1} + g_{t-1} + \varepsilon_t] \quad (19)$$

Donde $\varepsilon_t = e_t + u_t$

$$\bar{\mu} = \bar{C} + \bar{g} = \sum_{i=1}^{\infty} C_{t+i} + \sum_{j=1}^{\infty} g_{t+j}$$

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Por tanto, la especificación que se pretende estimar y analizar es la siguiente:

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1 C_{t-1} + \alpha_2 g_t + \alpha_3 g_{t-1} + u_t \quad (20)$$

La ecuación (20) tiene unas propiedades dinámicas interesantes: si restamos C_{t-1} a ambos lados de (20) tenemos:

$$\begin{aligned} \Delta C_t &= \alpha_0 + (\alpha_1 - 1)C_{t-1} + \alpha_2 g_t + \alpha_3 g_{t-1} + u_t \\ &= \alpha_0 - \alpha C_{t-1} + \alpha_2 g_t + \alpha_3 g_{t-1} + u_t \end{aligned} \quad (21)$$

Donde $\alpha = (1 - \alpha_1)$

Ahora sumamos y restamos $\alpha_2 g_{t-1}$ en la ecuación (21) y obtenemos:

$$\begin{aligned} \Delta C_t &= \alpha_0 - \alpha C_{t-1} + \alpha_2 g_t - \alpha_2 g_{t-1} + \alpha_3 g_{t-1} + \alpha_2 g_{t-1} + u_t \\ &= \alpha_0 - \alpha C_{t-1} + \alpha_2 \Delta g_t + \beta g_{t-1} + u_t \end{aligned} \quad (22)$$

Donde $\beta = \alpha_2 + \alpha_3$

Reescribiendo (22), tenemos:

$$(23) \quad \Delta C_t = \alpha_0 + \alpha_2 \Delta g_t - \alpha(C_{t-1} - \beta_1 g_{t-1}) + u_t$$

Donde $\beta_1 = \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{1 - \alpha_1}$

La ecuación (23) tiene unas propiedades interesantes, ya que incluye las variables en primeras diferencias y en niveles, y la presencia de variables en niveles genera una solución de largo plazo. Notemos que la elasticidad del consumo de corto plazo con respecto al gasto público es diferente de la elasticidad de largo plazo, es decir, la elasticidad de corto plazo del consumo con respecto al gasto es α_2 , mientras que la elasticidad de largo plazo es $\beta_1 = \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{1 - \alpha_1}$.

Podemos interpretar $\beta_1 g_{t-1}$ como el nivel de equilibrio de largo plazo del consumo, cuando $\alpha < 0$ el consumo se incrementa en el periodo t siempre que $C_{t-1} < C_{t-1}^*$; por otro lado, disminuye siempre que $C_{t-1} > C_{t-1}^*$. El sistema se puede equilibrar en presencia de desequilibrios entre C y C^* ; sin embargo, la diferencia entre C y C^* es una serie estacionaria.

Una manera análoga es darle mayor importancia a la magnitud del parámetro de ajuste α como un discriminante para decidir si las variables están cointegradas. Para este ejercicio particular se considera el análisis de cointegración en un contexto bivariado. Para este propósito consideremos la siguiente especificación:

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1 C_{t-1} + \alpha_2 g_{t-1} + \alpha_3 g_{t-2} + u_t \quad (24)$$

Restando a ambos lados C_{t-1} en (24), tenemos:

$$\Delta C_t = \alpha_0 + (\alpha_1 - 1)C_{t-1} + \alpha_2 g_{t-1} + \alpha_3 g_{t-2} + u_t \quad (25)$$

Ahora sumamos y restamos $\alpha_3 g_{t-1}$ para obtener:

$$\Delta C_t = \alpha_0 + (\alpha_1 - 1)C_{t-1} + (\alpha_2 + \alpha_3)g_{t-1} - \alpha_3 \Delta g_{t-1} + u_t \quad (26)$$

De esta manera parametrizamos la ecuación (24) como un modelo dinámico ECM:

$$\begin{aligned} \Delta C_t &= \alpha_0 - \alpha_3 \Delta g_{t-1} + (\alpha_1 - 1) \left[C_{t-1} - \left(\frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_1 - 1} \right) g_{t-1} \right] \\ &\quad + u_t \\ &= \alpha_0 - \alpha_3 \Delta g_{t-1} + (\alpha_1 - 1) [C_{t-1} - C_{t-1}^*] + u_t \end{aligned} \quad (27)$$

La especificación estadística de (27) y (23) es la misma, luego los residuos u_t deben ser los mismos. La diferencia entre las dos especificaciones es que en (23) tenemos la especificación correcta y en (27) identificamos las elasticidades de largo plazo de los parámetros de cointegración y de velocidad de ajuste con respecto a los desequilibrios que tiene el modelo verdadero. Con esta especificación estadística se consideran las relaciones que pueden establecerse entre variables que presentan tendencias estocásticas. De acuerdo con la teoría económica, tenemos relaciones de equilibrio que son funciones estacionarias de las variables originales; en este caso, los desequilibrios son transitorios y por ende estacionarios.

Con la ecuación (27) estamos modelando relaciones estables entre los niveles de variables integradas que son estacionarias. Este tipo de relaciones, que no sean espurias, se conocen como relaciones de cointegración.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

La representación ECM²² combina la presencia de los niveles de las variables; de esta manera se recogen las relaciones de largo plazo, junto con las diferencias de estas series que capturan los desajustes o desequilibrios que pueden existir a corto plazo²³.

La existencia de una relación de cointegración entre un conjunto de variables puede interpretarse como la existencia de una relación lineal de equilibrio entre ellas, dada por el vector de cointegración, es decir, aunque las variables implicadas en la relación sean integradas (varianza infinita a largo plazo), existe una relación de equilibrio a largo plazo entre las variables tal que las situaciones de desequilibrio son de carácter estacionario y por ende son transitorias²⁴.

Un aspecto interesante es que esta relación de equilibrio que liga las variables es de carácter determinista y solamente las desviaciones son aleatorias; de esta manera, al combinar linealmente las variables se cancelan los componentes no estacionarios, de tal forma que se dé lugar a una variable estacionaria.

ANEXO 5

El procedimiento bietápico de Engle y Granger

El procedimiento bietápico de Engle y Granger (1987) consiste en estimar primero la relación de cointegración bajo MCO y luego estimar un modelo de corrección de errores introduciendo los residuos de la relación de cointegración estimada, pero rezagado un periodo; en el caso de dos variables, se estima $y_t = \alpha + \beta x_t + e_t$, donde y_t y x_t son $I(1)$ y e_t es el término de perturbación esférica. De esta manera se obtiene:

$$\hat{e}_{t-1} = y_{t-1} - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_{t-1}$$

Luego, en la segunda etapa se estima:

²² Sargan (1964). La denominación de ECM se debe a la especificación del modelo en el cual las desviaciones de la relación a largo plazo entre los niveles de las variables funcionan como un mecanismo que impulsa los cambios de las variables a acercarse a su nivel de equilibrio una vez se han alejado de este.

²³ Granger (1981) muestra que un conjunto de variables cointegradas pueden ser modeladas con un ECM, por otro lado, si la especificación ECM es correcta, existe una relación de cointegración entre las variables implicadas; si existe una relación de cointegración entre un conjunto de variables, significa que las perturbaciones tienen un efecto temporal sobre dicha relación.

²⁴ Una condición necesaria para que esto suceda es que las tendencias estocásticas de dichas variables deben ser comunes de tal forma que se cancelen en la combinación lineal.

$$\Delta y_t = \sum_{i=1}^{p1} \varphi_i \Delta y_{t-i} + \sum_{j=0}^{p2} \omega_j \Delta x_{t-j} + \gamma \hat{e}_{t-1} + u_t$$

Una vez que se estime la relación estática de cointegración, se puede contrastar si esta relación constituye una relación de cointegración mediante los contrastes de raíces unitarias tradicionales; en caso de que las variables no estén cointegradas, los residuos de la estimación estática de la primera etapa presentaran una raíz unitaria, es decir, no serán $I(0)$ ²⁵.

Para realizar la prueba de Engle y Granger (1987) se pueden utilizar los contrastes de raíz unitaria convencionales (Dickey-Fuller). Sin embargo, los valores críticos utilizados es este tipo de contrastes para determinar el orden de integrabilidad de los residuos no son aplicables para el caso de cointegración. Esto se debe a que la estimación por MCO proporciona residuos de menor varianza; de esta manera, estos residuos tienden a aparecer lo más estacionario posible aun cuando no haya cointegración, es decir que no sean estacionarios.

En este caso, los valores críticos tradicionales tenderán a rechazar la hipótesis de no estacionariedad de los residuos, es decir, los valores críticos de los contrastes de integrabilidad están sesgados a la baja cuando se aplican los contrastes de cointegración sobre los residuos; por esta razón, se utilizan los valores críticos asintóticos tomados de Davidson y Mackinnon (1993, Tabla 20.2)

Tabla 1

Nivel de significancia	1%	2.50%	5%	10%
Valor critico	-3.9	-3.59	-3.34	-3.04

Valores críticos asintóticos para la prueba de cointegración sin tendencia

²⁵ En otras palabras, una forma simple de contrastar una relación de cointegración entre dos variables consiste en examinar si los residuos de la regresión presentan un orden de integrabilidad menor que el de las variables implicadas en la regresión de cointegración. Como se mencionó antes, cuando las variables de la regresión son $I(1)$ el contraste de Engle y Granger (1987) consiste en determinar si los residuos presentan una raíz unitaria (en este caso no hay relación de cointegración) o, lo que es lo mismo, determinar si los residuos de la regresión son estacionarios en varianza.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Utilizando la tabla 1 (sin tendencia lineal determinística) se plantea la hipótesis nula $H_0: \delta = 0$ frente a la hipótesis alternativa $H_a: \delta < 0$ en la siguiente ecuación:

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = -\delta \hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \hat{\epsilon}_{t-i} + \epsilon_t$$

Los rezagos de los residuos eliminan la autocorrelación que pueden presentar estos; por otro lado, como sugiere Phillips (1990), p debe aproximarse por $T^{1/3}$.

En la Tabla 2 se presentan los valores críticos asintóticos para la prueba de cointegración, incluyendo una tendencia lineal determinística. Esta tabla fue tomada de Davidson y Mackinnon (1993, Tabla 20.2).

Tabla 2

Nivel de significancia	1%	2.50%	5%	10%
Valor crítico	-4.32	-4.03	-3.78	-3.5

Valores críticos asintóticos para la prueba de cointegración con tendencia

ANEXO 6

Procedimiento máximo verosímil con información completa de Johansen

Para ilustrar el procedimiento máximo verosímil con información completa de Johansen (1988), consideremos la generalización de un VAR(p)²⁶:

$$y_t = \mu + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + \epsilon_t \quad (1)$$

Donde y_t es un vector columna de dimensión ($m \times 1$), m es el número de variables del modelo, μ es un vector de constantes y ϵ_t es un vector de perturbaciones aleatorias idénticas e independientemente distribuidas con media nula y matriz de varianzas y covarianzas Ω .

Restando y_{t-1} a ambos lados de la ecuación anterior, tenemos:

$$\Delta y_t = \mu + (A_1 - I)y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + \epsilon_t \quad (2)$$

²⁶El procedimiento parte de la modelización de vectores autoregresivos, sugerida por Sims (1980), en la que todas las variables se consideran endógenas.

Ahora, restamos $(A_1 - I)y_{t-2}$ de la ecuación (2) para obtener:

$$\Delta y_t = \mu + (A_1 - I)y_{t-1} + (A_1 + A_2 - I)y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3)$$

Si realizamos este proceso hasta P-1, vamos a obtener la siguiente especificación:

$$\Delta y_t = \mu + \pi_1 \Delta y_{t-1} + \pi_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \pi_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \Gamma y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \pi_i &= -I + A_1 + \dots + A_i & i = 1, \dots, p-1 \\ \Gamma &= -I + A_1 + \dots + A_p \end{aligned}$$

La matriz Γ tiene dimensión $(m \times m)$ y contiene la información sobre la relación de largo plazo entre las variables. La expresión (3) es la forma de un ECM matricial, es decir, para que (3) se encuentre en equilibrio es necesario que Γy_{t-p} sea $I(0)$, es decir, la matriz Γ recoge las relaciones de cointegración.

Dado el rango de Γ , $Rango(\Gamma) = r$, puede demostrarse que:

- Si $r = 0$, Γ es una matriz nula, la expresión (3) solo debe contener las variables en primeras diferencias, ya que las variables del vector y_t son $I(1)$. En este caso no existe ninguna combinación lineal de variables no estacionarias que sea $I(0)$; en otras palabras, no existe ninguna relación de cointegración.
- Si $r = m$, el proceso multivariado de y_t es estacionario. Como entre m variables solo puede haber como máximo $m - 1$ vectores de cointegración, en este caso hay una tenencia común en varianza entre las variables de y_t ; por tanto, y_t será estacionario si $\Gamma_{m \times m}$ tiene rango completo, ya que esta matriz recoge las relaciones de cointegración.
- Si $0 < r < m$, estamos en un escenario intermedio de los dos casos anteriores; de esta forma habrá r relaciones de cointegración. El rango Γ muestra el número de columnas linealmente independientes de esta matriz, es decir, el número de vectores de cointegración.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

El rango²⁷ de Γ es igual al número de vectores independientes que están cointegrados; si $Rango(\Gamma) = 0$, la matriz es nula y esta ecuación es un VAR en primeras diferencias, si $Rango(\Gamma) = m$, el vector es estacionario.

Para contrastar la hipótesis nula que hay como máximo r vectores de cointegración frente a la alternativa que hay m , donde $r \leq m$, el contraste de razón de verosimilitud está dado por:

$$-2\ln Q = -T \sum_{i=r+1}^m (1 - \hat{\lambda}_i)$$

Donde $\hat{\lambda}_i$ son los valores estimados de las raíces características de la matriz Γ , y T es el número de observaciones²⁸.

ANEXO 7

Test de causalidad de Granger

Asumiendo un VAR bivariado, la serie y_t no causa en el sentido de Granger a la serie x_t si la matriz Φ_i es triangular inferior para todo i :

²⁷ El rango de la matriz es igual al número de raíces características diferentes de cero, si las variables en y_t no están cointegradas, el rango de Γ es cero y todas las raíces características son cero.

²⁸ Con el contraste propuesto, se puede testear el número de raíces características que son diferentes de 1, esta estadística sigue una distribución Jhi-Cuadrado con $f = 2(m - r)^2$ grados de libertad, la estadística de prueba también es conocida como el estadístico de la traza. La hipótesis nula es que el número de vectores de cointegración es menor o igual a r .

Un estadístico alternativo para contrastar la significancia del r -ésimo valor propio mayor, λ_r , es:

$$\lambda_r^{max} = -T \ln(1 - \lambda_r)$$

La hipótesis nula del estadístico alternativo es que el número de vectores de cointegración es r en contra de la alternativa que el número de vectores de cointegración es $r + 1$.

Los valores críticos de ambos estadísticos se encuentran en Johansen (1988) y Osterwald-Lenum (1992). Un aspecto de importancia es que las distribuciones de los estadísticos dependen del número de relaciones de cointegración, por tanto los valores críticos varían en función del número de estas.

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11}^{(1)} & 0 \\ \phi_{21}^{(1)} & \phi_{22}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11}^{(2)} & 0 \\ \phi_{21}^{(2)} & \phi_{22}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-2} \\ y_{t-2} \end{bmatrix} + \dots \\ + \begin{bmatrix} \phi_{11}^{(p)} & 0 \\ \phi_{21}^{(p)} & \phi_{22}^{(p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-p} \\ y_{t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

En caso de mantenerse que la matriz Φ_i es triangular inferior para todo i , se puede re expresar el VAR bivariado como un $MA(\infty)$

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{11}(L) & 0 \\ \Psi_{21}(L) & \Psi_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\Psi_{ij}(L) = \Psi_{ij}^{(0)} + \Psi_{ij}^{(1)}(L) + \Psi_{ij}^{(2)}(L^2) + \Psi_{ij}^{(3)}(L^3) + \dots$$

Un test econométrico para juzgar si la serie y causa en el sentido de Granger a la serie x es el siguiente:

Asumiendo un proceso autoregresivo de orden p , se estima por MCO:

$$x_t = c_1 + \alpha_1 x_{t-1} + \dots + \alpha_p x_{t-p} + \beta_1 y_{t-1} + \dots + \beta_p y_{t-p} + u_t$$

Para validar desde un punto de vista estadístico el test de causalidad, tenemos que realizar el siguiente juzgamiento de hipótesis:

$$\begin{cases} H_o: \beta_1 = \dots = \beta_p = 0 \\ H_a: H_o \text{ No es cierta} \end{cases}$$

Se estima la suma de los residuos al cuadrado del primer modelo, los cuales se denotan como

$$SRC_1 = \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2$$

Y se comparan con los residuos estimados de la regresión univariada de x_t mediante MCO, los cuales denotamos como:

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

$$SRC_0 = \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2$$

Donde $x_t = c_0 + \zeta_1 x_{t-1} + \dots + \zeta_p x_{t-p} + e_t$

Se construye el estadístico F de la siguiente manera:

$$F = \frac{(SRC_0 - SRC_1)/p}{SRC_1/(T - 2p - 1)}$$

El estadístico F tiene una distribución F_{T-2p-1}^p ; de esta forma se testea la causalidad en el sentido de Granger; en caso de no tener evidencia estadísticamente significativa para rechazar la hipótesis nula, se concluye que y_t no causa en el sentido de Granger a x_t .

ANEXO 8

Condición de estabilidad VAR(P)

Los modelos VAR son útiles cuando la relación entre las variables en un sistema dinámico no puede ser descrita por medio de una sola ecuación, de esta forma los modelos VAR son empleados para realizar análisis estructural y pronósticos.

Entre las ventajas de utilizar modelos VAR se puede considerar las siguientes:

- No se necesita especificar qué variables son endógenas o exógenas, debido a que todas son endógenas.
- Se puede permitir que los valores de una variable específica dependan de sus propios rezagos o de combinaciones de términos de ruido blanco; de esta manera los modelos VAR son más generales que los modelos ARMA.
- Los errores de pronóstico son menores que los errores de los modelos estructurales convencionales.
- Entre las desventajas de los modelos VAR se tienen:
- Son modelos a-teóricos-
- No se tienen criterios suficientemente válidos para decidir la longitud óptima de rezagos.

- Los coeficientes estimados no son interpretables, luego el análisis interesante de los modelos VAR es examinar las funciones impulso respuesta.
- Es necesario asegurar que todos los componentes del VAR sean estacionarios.

El modelo VAR puede ser extendido al caso en el que hay p rezagos de cada variable en cada ecuación:

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + U_t \quad (V.1)$$

Donde Y_t tiene dimensiones de $k \times 1$, A_0 es un vector de dimensión $k \times 1$ y A_n es una matriz de $k \times k$. Un supuesto importante en el análisis de modelos VAR es que $U_t = (u_{1t}, \dots, u_{kt})'$ es un vector de dimensión $k \times 1$ de errores ruido blanco, es decir $E(u_t) = 0$, $E(u_t u_t') = \Sigma_u$ y $E(u_t u_s') = 0$ para todo $s \neq t$; adicionalmente se asume que la matriz Σ_u es no singular (de varianzas y covarianzas definida positiva).

Asumiendo el caso de un VAR(1) se puede obtener la representación VMA de un VAR:

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + U_t$$

Al resolver de manera recursiva la expresión anterior, se puede llegar a:

$$Y_t = (I_k + A_1 + \dots + A_1^{t-1})A_0 + A_1^t Y_0 + \sum_{i=0}^{t-1} A_1^i U_{t-i} \quad (V.2)$$

Si todos los valores propios de la matriz A_1 tienen modulo menor a 1, se puede tomar límite cuando $t \rightarrow \infty$ de la expresión anterior tenemos:

$$Y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i U_{t-i} \quad (V.3)$$

Donde $\mu = (I_k - A_1)^{-1} A_0$

Para ver si el proceso estocástico vectorial de orden p , VAR(p), es estable, se debe cumplir la siguiente condición:

$$\det(I_k - A_1 z - \dots - A_p z^p) \neq 0 \text{ para } |z| < 1$$

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

La condición anterior significa que el proceso VAR(p) es estable si las raíces del polinomio están por fuera del círculo unitario.

Un proceso estocástico es estacionario si su primer y segundo momento son invariantes en el tiempo, es decir:

$$E(Y_t) = \mu$$

$$E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)'] = \Gamma(k) = \Gamma(-k)' \quad (V. 4)$$

La condición anterior requiere que Y_t tenga un vector de media finita y que las autocovarianzas del proceso no dependan del tiempo.

Para determinar el cómputo de las autocovarianzas asumiendo un proceso VAR(1) estable, es decir donde:

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + U_t$$

Con una matriz de *ruidos Blancos* tal que $E(u_t u_t') = \Sigma_u$, reescribiendo el proceso anterior:

$$Y_t - \mu = A_1(Y_{t-1} - \mu) + U_t \quad (V. 5)$$

Luego, multiplicando la expresión anterior por $(Y_{t-h} - \mu)'$ y tomando valores esperados, obtenemos:

$$E[(Y_t - \mu)(Y_{t-h} - \mu)']$$

$$= A_1 E[(Y_{t-1} - \mu)(Y_{t-h} - \mu)'] + E[U_t(Y_{t-h} - \mu)']$$

Para el caso donde $h = 0$, obtenemos la autocovarianza de orden cero, es decir:

$$\Gamma_y(0) = A_1 \Gamma_y(-1) + \Sigma_u \quad (V. 6)$$

Por la propiedad de simetría de la función generadora de autocovarianzas, tenemos que:

$$\Gamma_y(0) = A_1 \Gamma_y(1)' + \Sigma_u \quad (V. 6a)$$

Para el caso donde $h > 0$, se tiene que la función generadora de autocovarianzas se puede expresar de la siguiente manera:

$$\Gamma_y(h) = A_1 \Gamma_y(h-1) \quad (V. 7)$$

Otra manera de expresar $\Gamma_y(0)$ es la siguiente, asumiendo que $h = 1$, obtenemos que:

$$\Gamma_y(1) = A_1 \Gamma_y(0)$$

Reemplazando $A_1 \Gamma_y(0)$ en (V.6a)

$$\Gamma_y(0) = A_1 \Gamma_y(0) A_1' + \Sigma_u \quad (V.8)$$

Utilizando propiedades del operador *Vec* y del producto Kronecker se puede expresar (V.8) como:

$$\begin{aligned} \text{Vec } \Gamma_y(0) &= \text{Vec}(A_1 \Gamma_y(0) A_1') + \text{Vec } \Sigma_u \\ &= (A_1 \otimes A_1) \text{Vec } \Gamma_y(0) + \text{Vec } \Sigma_u \end{aligned}$$

Luego

$$\text{Vec } \Gamma_y(0) = (I_{K^2} - A_1 \otimes A_1)^{-1} \text{Vec } \Sigma_u$$

La invertibilidad de $I_{K^2} - A_1 \otimes A_1$ se desprende de la estabilidad del proceso Y_t implicando que los valores propios de $A_1 \otimes A_1$ tienen un módulo menor que uno; en consecuencia:

$$\det(I_{K^2} - A_1 \otimes A_1) \neq 0$$

ANEXO 9

Test de causalidad de Granger multivariado

Se considera el caso donde el consumo de los hogares no es causado en el sentido de Wiener-Granger por el déficit, DTF ni por la riqueza:

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

$$\begin{bmatrix} C_t \\ DTF_t \\ Def/sup_t \\ W_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_{11}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ \varphi_{12}^{(1)} & \varphi_{22}^{(1)} & 0 & 0 \\ \varphi_{13}^{(1)} & \varphi_{23}^{(1)} & \varphi_{33}^{(1)} & 0 \\ \varphi_{14}^{(1)} & \varphi_{24}^{(1)} & \varphi_{34}^{(1)} & \varphi_{44}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{t-1} \\ DTF_{t-1} \\ Def/sup_{t-1} \\ W_{t-1} \end{bmatrix} \\
 + \dots + \begin{bmatrix} \varphi_{11}^{(p)} & 0 & 0 & 0 \\ \varphi_{12}^{(p)} & \varphi_{22}^{(p)} & 0 & 0 \\ \varphi_{13}^{(p)} & \varphi_{23}^{(p)} & \varphi_{33}^{(p)} & 0 \\ \varphi_{14}^{(p)} & \varphi_{24}^{(p)} & \varphi_{34}^{(p)} & \varphi_{44}^{(p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{t-p} \\ DTF_{t-p} \\ Def/sup_{t-p} \\ W_{t-p} \end{bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{4t} \end{bmatrix}$$

En la primera fila el pronóstico de C_t depende únicamente de sus propios rezagos y no de ninguno de los rezagos de DTF_t , Def/sup_t o de W_t , es decir:

$$\begin{aligned}
 & E(C_{t+1}/C_t, C_{t-1}, \dots, DTF_t, DTF_{t-1}, \dots, Def/sup_t, Def \\
 & \quad /sup_{t-1}, \dots, W_t, W_{t-1}, \dots) \\
 & = c_1 + \varphi_{11}^{(1)} C_{t-1} + \dots + \varphi_{11}^{(p)} C_{t-p} + \varepsilon_{1t}
 \end{aligned}$$

Utilizando las propiedades de los valores esperados iterados, tenemos que el pronóstico para un periodo adelante de C_t , es decir C_{t+1} , condicionado a Ω solamente depende de los valores rezagados de C_t , es decir, $C_t, C_{t-1}, \dots, C_{t-p+1}$, donde $\Omega = C_{t+1}/C_t, C_{t-1}, \dots, DTF_t, DTF_{t-1}, \dots, Def/sup_t, Def/sup_{t-1}, \dots, W_t, W_{t-1}, \dots$; en este caso, DTF_t , Def/sup_t y W_t no causan en el sentido de Wiener-Granger a C_t .

El test que se propone para examinar la causalidad en el sentido de Granger por Bloques es el siguiente. Se estima la ecuación (1G) por MCO:

$$\begin{aligned}
 (1G)C_t = & c_1 + \alpha_1 C_{t-1} + \dots + \alpha_p C_{t-p} + \beta_1 DTF_{t-1} + \dots + \beta_p DTF_{t-p} \\
 & + \gamma_1 Def_{t-1} + \dots + \gamma_p Def_{t-p} + \xi_1 W_{t-1} + \dots + \xi_p W_{t-p} + u_t
 \end{aligned}$$

Y se examina la siguiente hipótesis:

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 = \dots = \beta_p = \gamma_1 = \dots = \gamma_p = \xi_1 = \dots = \xi_p = 0 \\ H_a: H_0 \text{ No es cierta} \end{cases}$$

Para poder implementar el test se estima la suma de los residuos al cuadrado de la ecuación (1G), los cuales se denotan como:

$$SRC_1 = \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2$$

Y se comparan con los residuos estimados de la regresión univariada del consumo de los hogares, $C_t = c_1 + \varphi_{11}^{(1)} C_{t-1} + \dots + \varphi_{11}^{(p)} C_{t-p} + \varepsilon_{1t}$, los cuales denotamos como:

$$SRC_0 = \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2$$

Se construye el estadístico F de la siguiente manera:

$$F = \frac{(SRC_0 - SRC_1)/p}{SRC_1/(T - 2p - 1)}$$

El estadístico F tiene una distribución F_{T-2p-1}^p ; de esta forma se testea la causalidad en el sentido de Wiener-Granger; en caso de no tener evidencia estadísticamente significativa para rechazar la hipótesis nula, se concluye que DTF_t , Def/sup_t y W_t no causan en el sentido de Wiener-Granger a C_t .

ANEXO 10 Pruebas de raíz unitaria

El test DF es válido para el caso en que el proceso sea un proceso aleatorio bajo la hipótesis nula y un proceso AR(1) estacionario bajo la alternativa.

Para cada serie macroeconómica en estudio, estimamos la siguiente regresión:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_2 t + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$H_0 : \gamma = 0 \quad y_t \sim I(1)$$

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
 PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

$H_a : \gamma < 0 \quad y_t \sim I(0)$

La distribución del parámetro γ es asintóticamente normal si $|\gamma| < 0$ y es función de procesos brownianos si $\gamma = 0$. Por esta razón, no podemos utilizar las tablas de la distribución t-student, ya que bajo la hipótesis nula $H_0 : \gamma = 0$, t_α no sigue una distribución standard.

Por otro lado, la distribución del estimador de α no es independiente de la presencia de un término constante y una tendencia determinista en la especificación de contraste; por tanto, se deben considerar separadamente las posibilidades de intercepto y tendencia.

De acuerdo con Dickey y Fuller, se debe tener en cuenta que los valores críticos en muestra finita de los diferentes contrastes se tabularon bajo el supuesto de que las perturbaciones se distribuyen normalmente con media nula y varianza constante; sin embargo, los valores críticos asintóticos son válidos sin necesidad de este restrictivo supuesto.

Una consideración importante es que las distribuciones asintóticas de los estadísticos no dependen del supuesto de que la varianza de las perturbaciones sea constante; por tanto, estas distribuciones dependen del supuesto de que el término de perturbación no esté correlacionado.

*Valores críticos asintóticos para la prueba de raíz
 Unitaria con Tendencia Temporal Lineal*

Nivel significancia	1%	2.5%	5%	10%
Valor crítico	-3.96	-3.66	-3.41	-3.12

sin embargo, el test DF es válido si se supone que los términos de perturbación no están correlacionados. En el caso donde este supuesto no se cumpla, no podemos tener certeza de la validez del contraste. Para solucionar este problema hay dos tipos de solución:

a) Paramétrica: sugerida por Dickey y Fuller, implica incluir retardos en la variable dependiente que permita capturar o modelar la estructura autorregresiva de la misma, de tal forma que los términos de perturbación queden no correlacionados.

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$$

Donde $\alpha = \sum_{i=1}^p \phi_i - 1$ y $\gamma_i = -\sum_{i=j+1}^p \phi_i$

Es necesario elegir un p lo suficientemente grande para garantizar que ε_t sea aproximadamente ruido blanco. La ventaja de este test es que la distribución asintótica de los parámetros $\hat{\mu}, \hat{\beta}$ y $\hat{\alpha}$ es la misma que la de Dickey-Fuller. Un criterio para incluir rezagos es la significancia según el estadístico t-student, aunque algunos autores también sugieren utilizar algún criterio de información como el AIC, BIC.

Si se incluye un número excesivo de rezagos, la potencia del test disminuye notablemente; por otro, lado si no se especifican suficientes rezagos, no es posible recoger de manera completa toda la autocorrelación en los residuos, por tanto los valores críticos no podrán ser válidos.

Para solucionar el problema anterior, como es obvio que en muestras finitas es imposible estimar el test ADF con un orden infinito, Dickey demostró que el orden de los rezagos puede ser $n \leq T^{1/3}$.

b) No Paramétrica: Phillips y Perron sugieren transformar los estadísticos del test DF para hacerlos compatibles con la presencia de autocorrelación y heterocedasticidad en el término de perturbación. La idea propuesta es utilizar los residuos estimados en la regresión DF para corregir el estadístico asociado a los parámetros: si hacemos este procedimiento obtenemos nuevos estadísticos con las mismas distribuciones límite de los estadísticos tabulados en Fuller.

Se debe tener cuidado con estas soluciones, tanto paramétrica como no paramétrica, ya que tienen valores críticos que están bastante por debajo de los valores tabulados por Fuller cuando el proceso generador de datos tiene un esquema MA con parámetro muy próximo a la unidad, lo cual induce a la conclusión errónea de que los procesos sean estacionarios.

Pruebas de raíz unitaria		
Augmented Dickey-Fuller (intercepto y tendencia lineal)		
<i>Variable</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>P Valor</i>
Ln(consumo)	-3.012323	0.1502
Ln(DTF)	-2.08855	0.5259
Ln(gasto)	-1.558463	0.7792
Ln(impuestos)	-2.043879	0.5491
Ln(riqueza)	0.325879	0.9976
Ln(PIB)	-1.19653	0.8873
Déficit/superáv	-5.046755	0.0034

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

Augmented Dickey-Fuller (intercepto)		
<i>Variable</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>P Valor</i>
Ln(consumo)	-0.953607	0.7526
Ln(DTF)	-0.287522	0.9132
Ln(gasto)	-1.470099	0.5311
Ln(impuestos)	-2.200717	0.2111
Ln(riqueza)	-4.227088	0.0032
Ln(PIB)	-2.921811	0.0582
Déficit/superáv	-1.664193	0.4358

Phillips-Perron (intercepto y tendencia lineal)		
<i>Variable</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>P Valor</i>
Ln(consumo)	-2.428294	0.3571
Ln(DTF)	-2.060103	0.5407
Ln(gasto)	-1.558463	0.7792
Ln(impuestos)	-2.17268	0.4823
Ln(riqueza)	0.319929	0.9975
Ln(PIB)	0.335431	0.9977
Déficit/superáv	-2.009012	0.5673

KPSS (intercepto y tendencia lineal)	
<i>Variable</i>	<i>P Valor</i>
Ln(consumo)	0.084228
Ln(DTF)	0.130457 *
Ln(gasto)	0.146365 **
Ln(impuestos)	0.166633 **
Ln(riqueza)	0.187652 **
Ln(PIB)	0.192431 **
Deficit/superav	0.091311

*Rechaza la hipótesis nula de estacionariedad al 10%

**Rechaza la hipótesis nula de estacionariedad al 5%

ANEXO 11

Estimación y validación de supuestos para el VAR(2)

La tabla 1 A11 contiene la estimación del VAR(2) para el sector público no financiero utilizando datos anuales desde 1985 hasta 2010:

Tabla 1 A11

Variables dependientes/ Variables Independientes	D(DTF)	D(consumo)	D(déficit)	D(Riqueza)
	-0.041339	646397.2	238986.9	872640
D(DTF(-1))	[-0.16487]	[2.22866]	[0.96806]	[0.94196]
	-0.623202	188383.8	-109168	777341.4
D(DTF(-2))	[-3.08937]	[0.80732]	[-0.54964]	[1.04296]
	2.92E-07	0.366617	0.018366	-0.156299
D(CONSUMO(-1))	[1.72320]	[1.87099]	[0.11012]	[-0.24973]
	3.49E-07	-0.570515	-0.242202	-1.085673
D(CONSUMO(-2))	[2.06355]	[-2.91452]	[-1.45365]	[-1.73641]
	1.03E-07	-0.470771	-0.058541	1.828223
D(DEFC(-1))	[0.24963]	[-0.98249]	[-0.14354]	[1.19455]
	-6.06E-07	1.07455	0.165977	1.522002
D(DEFC(-2))	[-1.27117]	[1.94825]	[0.35355]	[0.86395]
	1.92E-07	0.342927	0.05084	0.343651
D(RIQUEZA(-1))	[2.38411]	[3.67297]	[0.63975]	[1.15236]
	-2.27E-07	-0.243744	-0.052142	0.56358
D(RIQUEZA(-2))	[-3.11000]	[-2.88833]	[-0.72592]	[2.09085]
	-7.082565	7881307	817890.2	13298450
Constantes	[-3.90887]	[3.76028]	[0.45846]	[1.98645]
R-Cuadrado	0.655825	0.754168	0.247653	0.860094
Log likelihood	-52.9825	-360.1272	-356.5821	-385.6758
Akaike AIC	5.634772	33.55702	33.23474	35.87962
Schwarz SC	6.081108	34.00335	33.68107	36.32595

Observaciones Incluidas: 22

Estadísticos t entre corchetes []

La selección del orden de rezago del VAR está dada por los criterios de información *Hannan-Quinn* y *Akaike*²⁹.

Rezago	AIC	HQ
0	109.5979	109.6446
1	108.6828	108.9164
2	107.6521*	108.0727*

Para revisar el supuesto de no correlación serial, se utiliza la prueba de correlación serial LM, donde el estadístico de prueba sigue una distribución Jhi-Cuadrada; el test LM se basa en el siguiente juzgamiento de hipótesis:

²⁹ La idea del criterio de información AIC es imponer una penalización al añadir más regresores al modelo. El criterio se expresa de la siguiente manera: $\ln(AIC) = 2k/n + \ln(SCR/n)$, donde $2k/n$ es el factor de penalización, en este caso el criterio de información seleccionará el modelo que tenga un menor AIC; por esta razón, el VAR seleccionado es el VAR(2).

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA
 PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

$\{H_o: \text{No hay correlación serial de orden "h"}\}$

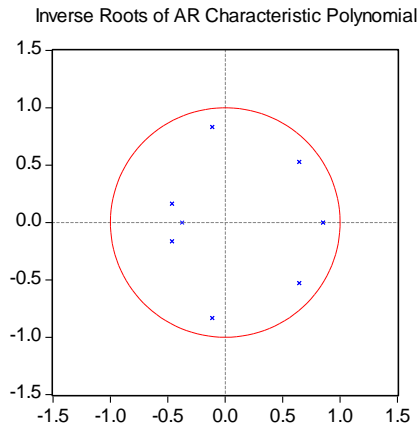
$\{H_a: \text{Existe correlación serial de orden "h"}\}$

El test LM arroja los siguientes resultados:

Rezago	Estadístico LM	P-Valor
1	20.6625	0.1919
2	14.60815	0.5535
3	12.66902	0.6968
4	20.71363	0.1898
5	18.73543	0.2826
6	15.68355	0.4753
7	25.72721	0.058
8	8.911705	0.917
9	13.48568	0.637
10	19.87936	0.2257
11	17.99694	0.3241
12	15.13862	0.5145

Para revisar la estabilidad del proceso, se debe garantizar la condición que $\det(I_k - A_1z - \dots - A_pz^p) \neq 0$, es decir que las raíces del polinomio característico estén por fuera del círculo unitario o de manera equivalente que las inversas de las raíces estén por dentro del círculo unitario. Para validar esta información se muestra en el gráfico 1 A1

Gráfico 1 A11



Como se puede apreciar en el gráfico anterior, el proceso es estable debido a que todas las inversas de las raíces están por dentro del círculo unitario; por último, se valida el supuesto de normalidad de los términos

de perturbación, para lo cual se emplea la prueba de Jarque-Bera, según la cual bajo la hipótesis nula se tiene que los términos de perturbación siguen una distribución normal multivariada:

$$\begin{cases} H_0: \text{Los Residuos son normales multivariados} \\ H_a: \text{Los Residuos NO son normales multivariados} \end{cases}$$

Jarque-Bera	Grados de libertad	P-Valor
13.10918	8	0.1081
Observaciones incluidas: 22		

De acuerdo al P-Valor de la prueba, no tenemos evidencia estadísticamente significativa para rechazar la hipótesis nula; por tal razón, podemos afirmar que se tiene evidencia estadística de normalidad multivariada en los términos de perturbación.

ANEXO 12

Supuestos de W_t como variable *proxy*

La relación que debe tener W_t con la variable riqueza se captura de la siguiente manera:

$$W_t = \delta_0 + \delta_1 Riqueza_t + u_t$$

El término u_t es un error debido al hecho de que la variable *riqueza* y la variable propuesta W_t no se relacionan exactamente. El parámetro δ_1 mide la relación entre la variable W_t y la variable inobservable de *riqueza*, se espera que exista una relación positiva entre W_t y *riqueza*, de esta manera $\delta_1 > 0$.

Como W_t y *riqueza* no son iguales, se debe determinar si sustituir la variable *riqueza* con W_t proporciona estimadores consistentes de los parámetros del modelo; en este sentido, se deben realizar algunos supuestos sobre los términos de perturbación u_t y ε_t .

- a) El término de perturbación ε_t no está relacionado con Y_t , W_t , G_t , T_t y D_t ; este es un supuesto estándar en cualquier modelo de regresión; sin embargo, es necesario asumir que la variable *riqueza* tampoco se relaciona con ε_t ; de esta manera se puede asumir que la variable verdadera de *riqueza* es irrelevante en el modelo poblacional debido a que Y_t , W_t , G_t , T_t y D_t ya están incluidas en el modelo.

EQUIVALENCIA RICARDIANA: UNA EVALUACIÓN EMPÍRICA PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA 1985-2010

- b) El término de perturbación u_t tampoco está relacionado con Y_t , W_t , G_t , T_t y D_t ; para que este supuesto sea válido se exige que W_t sea una *buena variable proxy* de la *riqueza*, es decir, se asume que:

$$E(W_t/Y_t, G_t, T_t, D_t, Riqueza) = E(W_t/Riqueza) = \delta_0 + \delta_1 Riqueza_t$$

La importancia del supuesto a) radica en que una vez controlado la variable *riqueza*, el valor esperado de W_t no depende de Y_t , G_t , T_t y D_t . Reemplazando la variable proxy W_t en el modelo planteado se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} C_t &= \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 (\delta_0 + \delta_1 Riqueza_t + u_t) + \alpha_1 G_t + \beta_3 T_t + \alpha_2 D_t \\ &\quad + \varepsilon_t \\ &= (\beta_0 + \beta_2 \delta_0) + \beta_1 Y_t + \beta_2 \delta_1 Riqueza_t + \alpha_1 G_t + \beta_3 T_t + \alpha_2 D_t + \varepsilon_t \\ &\quad + \beta_2 u_t \end{aligned}$$

Ahora, se tiene un término de perturbación compuesto del error del modelo y el error de la ecuación de la variable proxy, debido a que el error de perturbación ε_t y el término u_t tienen media cero y tampoco se correlacionan con las variables explicativas, se reescribe el modelo de la siguiente manera:

$$C_t = \varphi_0 + \beta_1 Y_t + \varphi_1 Riqueza_t + \alpha_1 G_t + \beta_3 T_t + \alpha_2 D_t + e_t$$

Donde $\varphi_0 = \beta_0 + \beta_2 \delta_0$ que es la nueva intercepción del modelo, $\varphi_1 = \beta_2 \delta_1$ es el parámetro que acompaña a la variable riqueza y $e_t = \varepsilon_t + \beta_2 u_t$ es el término de perturbación compuesto. Al estimar el modelo propuesto, se obtendrán estimadores insesgados (o por lo menos consistentes) de φ_0 , β_1 , φ_1 , α_1 , β_3 y α_2 .

ANEXO 13 FUENTES ESTADÍSTICAS

Los datos utilizados en este documento se encuentran en las páginas web del Banco de la República, DANE, Ministerio de Hacienda (CONFIS) y otras series fueron tomadas del grupo de estudios del crecimiento económico del Banco de la República (GRECO).

De las fuentes mencionadas se tomaron las siguientes series:

Juan Pablo Roa

- Consumo Total de Hogares
- PIB Real
- Gasto Total del GNC
- Ingresos Tributarios del GNC
- Déficit/Superávit del GNC
- M2
- Formación Bruta de Capital Fijo.

La serie de *stock* de capital agregado en millones de pesos fue tomada del documento inédito de Juan Ricardo Perilla. En este documento se encuentran los detalles de la metodología de inventario perpetuo para estimar el *stock* de capital.

DOCUMENTOS DE TRABAJO

No.	Autor	Título	Año
1	Juan Santiago Correa	Urbanismo y transporte: el tranvía de Medellín (1919-1950)	2002
2	Álvaro H. Chaves C. y Helmuth Y. Arias G.	Cálculo de la tasa interna de retornos educativos en Colombia	2002
3	Fernando Bernal C.	Gobernanza pública, violencia y políticas de alivio a la pobreza. La ampliación del marco conceptual del Programa Familias en Acción	2003
4	Sandra L. Guerrero S.	Evaluación de la racionalidad del plan de descontaminación del río Bogotá a partir del análisis de costo mínimo y tasa retributiva	2003
5	Humberto Bernal Castro y Byron Ortega	¿Se ha desarrollado el mercado secundario de acciones colombiano durante el período 1988-2002?	2004
6	Liliana Chicaíza	Valoración de primas de reaseguro para enfermedades catastróficas utilizando el modelo de Black-Scholes	2005
7	Rosaura Arrieta, Aura García y Elsa Doria	Movilidad social en el asentamiento subnormal de Ranchos del Inat 2004	2005
8	Álvaro H. Chaves C.	Evolución de la productividad multifactorial, ciclos y comportamiento de la actividad económica en Cundinamarca	2005
9	Liliana López C. y Fabio F. Moscoso	La eficiencia portuaria colombiana en el contexto latinoamericano y sus efectos en el proceso de negociación con Estados Unidos	2005
10	Andrés F. Giraldo P.	La neutralidad del dinero y la dicotomía clásica en la macroeconomía	2005
11	Diego Baracaldo, Paola Garzón y Hernando Vásquez	Crecimiento económico y flujos de inversión extranjera directa	2005
12	Mauricio Pérez Salazar	Mill on Slavery, Property Rights and Paternalism	2006

DOCUMENTOS DE TRABAJO

No.	Autor	Título	Año
13	Fabio F. Moscoso y Hernando E. Vásquez	Determinantes del comercio intraindustrial en el grupo de los tres	2006
14	Álvaro H. Chaves C.	Desestacionalización de la producción industrial con la metodología X-12 ARIMA	2006
15	Ómar Fernando Arias	El proceso de fluctuación dinámica de la economía colombiana: reconsideraciones teóricas sobre un fenómeno empírico	2006
16	Homero Cuevas	La empresa y los empresarios en la teoría económica	2007
17	Álvaro H. Chaves C.	Ventajas comparativas del sector agropecuario colombiano en el marco de los recientes acuerdos comerciales	2007
18	William Lizarazo M.	La controversia del capital y las comunidades científicas	2007
19	Mario García y Edna Carolina Sastoque	Pasiones e intereses: la guerra civil de 1876-1877 en el Estado Soberano de Santander	2007
20	José Gil-Díaz	Ministerio de Finanzas: funciones, organización y reforma	2007
21	Mauricio Pérez Salazar	Economía y fallos constitucionales: la experiencia colombiana desde la vigencia de la Carta Política de 1991 hasta 2003	2007
22	Mauricio Rubio y Daniel Vaughan	Análisis de series de tiempo del secuestro en Colombia	2007
23	Luis Felipe Camacho	Reflexiones de economía política: la justicia social en la obra de León Walras	2008
24	Óscar A. Alfonso R.	Economía institucional de la intervención urbanística estatal	2008
25	Mauricio Rubio	Palomas y Sankis. Prostitución adolescente en República Dominicana	2008
26	Helmuth Yesid Arias Gómez	La descentralización en Colombia y las autonomías en España	2009

DOCUMENTOS DE TRABAJO

No.	Autor	Título	Año
27	Andrés Mauricio Vargas P. y Camilo Rivera Pérez	Controles a la entrada de capitales y volatilidad de la tasa de cambio: ¿daño colateral? La experiencia colombiana	2009
28	Óscar A. Alfonso R.	Economía institucional de la ocupación del suelo en la región metropolitana de Bogotá	2009
29	Álvaro Hernando Chaves Castro	Dinámica de la inflación en Colombia: un análisis empírico a partir de la curva de Phillips neokeynesiana (NKPC)	2010
30	Diliana Vanessa Cediel Sánchez	Determinantes del recaudo tributario en los municipios del departamento de Cundinamarca	2010
31	Óscar A. Alfonso R.	Impactos socioeconómicos y demográficos de la metropolización de la población colombiana y de los mercados de trabajo y residenciales	2010
32	Mauricio Rubio	Entre la informalidad y el formalismo. La acción de tutela en Colombia	2011
33	Óscar A. Alfonso R.	La geografía del desplazamiento forzado reciente en Colombia	2011
34	Yasmín L. Durán B.	Impacto impositivo en las decisiones de inversión y armonización tributaria. Caso de estudio: la Unión Europea	2011
35	Ernesto Cárdenas y Jaime Lozano	Economía experimental: una medición de confianza y confiabilidad	2011
36	Helmuth Arias Gómez	Tendencias de la industria regional	2011
37	Isidro Hernández Rodríguez	Tributación en Colombia y los orígenes de su brecha impositiva, 1821-1920	2011
38	Óscar A. Alfonso R.	Polimetropolitanismo y fiscalidad, Colombia 1984-2010	2012
39	Álvaro Hernando Chaves Castro	Acuerdos comerciales y posibilidades de desarrollo regional: el caso de la economía del Meta	2012

DOCUMENTOS DE TRABAJO

No.	Autor	Título	Año
40	Óscar A. Alfonso R	El enigma del método y el inconformismo radical: crítica y alternativas a los procedimientos de investigación con sujeto ausente	2012
41	José Gil-Díaz	Grecia, West Virginia y el ajuste	2012
42	Darío Germán Umaña Mendoza	La propiedad intelectual y la salud	2013
43	Mauricio Rubio	Los sospechosos secuestros de la delincuencia común en Colombia, 1990-2003	2013
44	Darío Germán Umaña Mendoza	El Tratado de Libre Comercio con los Estados Unidos y sus efectos sobre la inversión y las políticas públicas	2013
45	Álvaro Martín Moreno Rivas	Teorías y modelos del ciclo político de los negocios	2013
46	Carlos A. Garzón R. y Anna Preiser	Multidimensional well-being inequality social evaluation gini function for Colombia 2012	2014
47	Óscar A. Alfonso R.	De la Korima a Mottainai. Modos de vida alternativos para enfrentar el desperdicio de alimentos y restaurar la soberanía del consumidor	2014
48	Juan Pablo Roa B.	Equivalencia ricardiana: una evaluación empírica para la economía colombiana 1985-2010	2014
